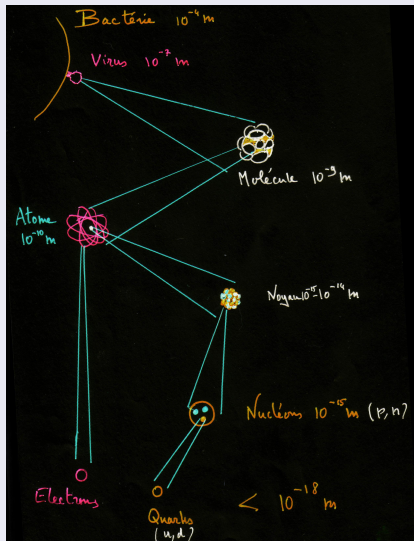


# *Une excursion au pays des quanta*

Jean-Michel Lévy

Fête de la Science, 22 novembre 2008

## DE QUEL MONDE S'AGIT-IL ?



Jean-Michel Lévy



Une excursion au pays des quanta

1 POURQUOI ET COMMENT ?

2 QU'EST-CE QUE ÇA CHANGE ?

1 POURQUOI ET COMMENT ?

2 QU'EST-CE QUE ÇA CHANGE ?

# LES TROIS PILIERS DE LA PHYSIQUE DU XIXÈME SIÈCLE

LA MÉCANIQUE DE NEWTON, LAGRANGE, HAMILTON ET ..

Née de l'astronomie. Essentiellement déterministe et réaliste.

L'ÉLECTROMAGNÉTISME DE MAXWELL, FARADAY, AMPÈRE ET..

Tout aussi déterministe, mais la **mécanique est celle des ondes**

LA THERMODYNAMIQUE DE CARNOT, CLAUSIUS ET..

Description phénoménologique de systèmes étendus.

## ..ET DEUX EXTENSIONS

### LA MÉCANIQUE STATISTIQUE DE BOLTZMAN

Elle a pour ambition d'expliquer la thermodynamique en termes microscopiques

### LA 'THÉORIE' ATOMIQUE

Les chimistes commençaient à y penser un siècle plus tôt déjà

# PROBLÈMES

## CEUX QUI MÈNERONT À LA RELATIVITÉ

- covariance de la mécanique vs. non-covariance de l'électrodynamique dans les transformations de Galilée.
- L'action instantanée à distance en mécanique Newtonienne.

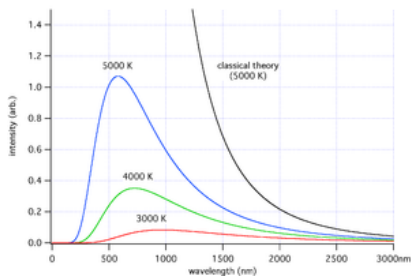
## CEUX QUI MÈNERONT À LA MÉCANIQUE QUANTIQUE

- Le rayonnement du corps noir.
- La stabilité des atomes.

# LE RAYONNEMENT DU CORPS NOIR

A l'intersection de la thermodynamique, de la mécanique statistique, et de l'électromagnétisme.

Résolu par **Max Planck** en 1900..



au prix de ce qui lui paraît être une monstruosité: les échanges d'énergie matière-champ ne se font pas de façon continue. Pour le rayonnement à la fréquence  $\nu$ , le quantum d'échange est  $h\nu$

Un peu plus tard (1905) **Albert Einstein** prendra l'hypothèse des quanta au sérieux pour expliquer l'effet photo-électrique:

Le rayonnement est 'réellement' constitué de quanta indivisibles.



# LA STABILITÉ DES ATOMES

A l'intersection de la mécanique et de l'électromagnétisme.

Un atome classique, tel qu'on se l'imagine après Rutherford..  
s'effondre au bout d'une fraction de seconde en  
émettant des radiations de toutes les couleurs.

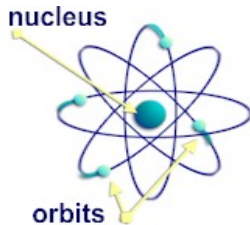
Or:

- Nous sommes là pour en parler.
- Le spectre d'émission n'est pas continu,  
mais constitué de raies.

Les énergies des électrons n'ont donc pas n'importe quelles valeurs:

$$E_i - E_f = h\nu$$

Nils Bohr impose des "règles de quantification" déterminant les  
"orbites" (et donc les énergies) permises.



## UN LONG MÛRISSEMENT (→ 1927 – 1930)

- Ancienne théorie des quanta, mélange de physique classique et de règles 'ad hoc'
- Expériences démontrant la quantification de certaines grandeur, le caractère ondulatoire des corpuscules.
- La mécanique des matrices de [Heisenberg](#) et [Jordan](#)
- L'équation de [Schrödinger](#) et la mécanique ondulatoire
- Mise en forme de la mécanique quantique non relativiste
- L'équation de [Dirac](#) et la mécanique quantique relativiste

1 POURQUOI ET COMMENT ?

2 QU'EST-CE QUE ÇA CHANGE ?

# CA CHANGE TOUT !

## LA PHYSIQUE CLASSIQUE

Traite directement les grandeurs dont elle veut prévoir l'évolution.

Exemple: mouvement d'une planète assimilée à un "point matériel"

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -G \frac{M}{r^2} \frac{r}{|r|}$$

La position (le vecteur  $r$ ) est l'**inconnue** du problème.

Il entre donc dans l'équation différentielle qui va servir à le déterminer.

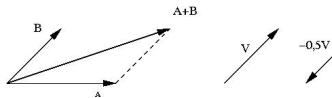
## LA PHYSIQUE QUANTIQUE

cherche à déterminer la **fonction d'onde**  $\psi$  ou le **vecteur état**  $|XX\rangle$  du système étudié

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(r, t)}{\partial t} = \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta_r + V(r) \right) \Psi(r, t)$$

Un vecteur état vit dans un espace vectoriel abstrait qui peut avoir un nombre de dimensions arbitraire.

Parenté avec les vecteurs de la géométrie:  
On peut les additionner, les multiplier par des nombres (en général complexes), former des **combinaisons linéaires**.



La fonction d'onde est une représentation particulière du vecteur état  
Elle n'a rien à voir avec une onde dans l'espace ordinaire.

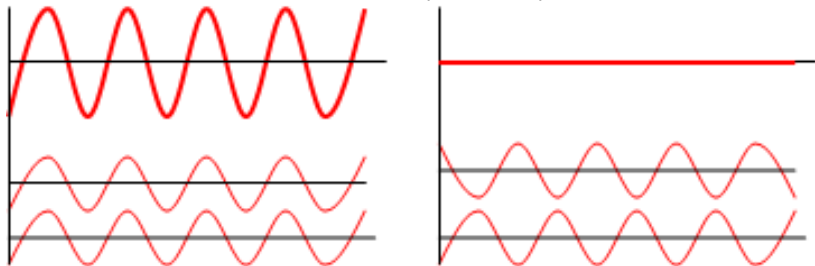
# PRINCIPE DE SUPERPOSITION

## PROPRIÉTÉ NON CLASSIQUE

Si  $|1\rangle$  et  $|2\rangle$  sont deux vecteurs état possibles pour un certain système, alors  $a_1|1\rangle + a_2|2\rangle$  est aussi un vecteur état possible.

Rien de semblable n'existe pour un "point matériel" en mécanique classique

Ressemble à ce qui se passe pour (certaines) ondes :



# CE QUE DIT LE VECTEUR ÉTAT

## UNE FOIS TROUVÉE LA SOLUTION DE L'ÉQUATION DE SCHRÖDINGER

$\Psi$  permet de calculer la **distribution de probabilité** d'une grandeur physique, la valeur moyenne des résultats, leur dispersion, mais ne permet pas de prédire (sauf cas exceptionnel) le résultat d'une mesure.

D'ailleurs  $r(t)$  n'existe plus ! Les grandeurs physiques (position, impulsion, énergie etc..) sont représentées par des opérateurs dans l'espace où vit  $\Psi$ ; la plupart du temps, ils n'ont pas une valeur bien définie.

**Une bille quantique n'a ni position, ni vitesse bien définie.**  
**La notion de trajectoire ne s'applique plus.**

# CE QUE DIT LE VECTEUR ÉTAT

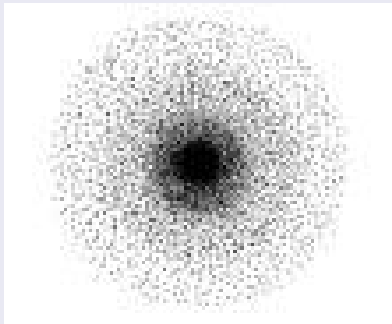
## UNE FOIS TROUVÉE LA SOLUTION DE L'ÉQUATION DE SCHRÖDINGER

$\Psi$  permet de calculer la **distribution de probabilité** d'une grandeur physique, la valeur moyenne des résultats, leur dispersion, mais ne permet pas de prédire le résultat d'une mesure.

### ATOME REVU ET CORRIGÉ

D'ailleurs  $r(t)$  n'est pas une impulsion, énergie, etc. dans l'espace où vit  $\Psi$  qui est définie.

**Une bille quantique**  
La notion de trajectoire



es (position, énergie, etc.) sont des opérateurs dans l'espace des états. On obtient une valeur bien

**en définie.**



# MÉCANIQUE QUANTIQUE ÉLÉMENTAIRE

Nous introduisons ici quelques notations utiles dans la suite, sans toutefois donner aucune règle de calcul.

## SYSTÈME COMPOSÉ

Si  $|1\rangle$  et  $|2\rangle$  sont les vecteurs état de deux systèmes n'ayant pas interagit, le vecteur état du système composé s'écrira:  $|1\rangle|2\rangle$  parfois noté  $|1,2\rangle$  en particulier quand les deux systèmes sont de même nature.

## INTRICATION

Les systèmes 1 et 2 sont dit "intriqués" si leur vecteur état n'a plus cette forme factorisée, p.e. s'il s'écrit:  $|1'\rangle|2'\rangle - |1''\rangle|2''\rangle$  Ce genre d'état peut donner lieu à des effets surprenants.

# MÉCANIQUE QUANTIQUE ÉLÉMENTAIRE

## LES GRANDEURS PHYSIQUES..

sont représentées par des opérateurs (matrices) dans l'espace de  $\Psi$   
Selon les cas (= selon les  $\Psi$ ) certaines ont une valeur déterminée,  
d'autres pas.

On notera  $\hat{A}$  l'opérateur correspondant à la grandeur  $A$   
 $A$  a une valeur définie  $\alpha$  dans l'état  $|\psi\rangle$  si  $\hat{A}|\psi\rangle = \alpha|\psi\rangle$

## LES ÉQUATIONS RELIANT LES GRANDEURS PHYSIQUES

sont maintenant écrites en termes d'opérateurs. Mais on peut  
avoir des relations inhabituelles, comme  $\hat{r}\hat{p} - \hat{p}\hat{r} = i\hbar$ . On dit que  
 $\hat{r}$  et  $\hat{p}$  ne commutent pas.

Dans ce cas,  $\hat{r}$  et  $\hat{p}$  ne peuvent évidemment pas avoir des valeurs  
bien définies simultanément.

# LE PROBLÈME DE LA MESURE

## UN CASSE-TÊTE

Une mesure donne un résultat unique, alors que l'évolution 'naturelle' des solutions de l'équation de Schrödinger entraîne une superposition d'un nombre croissant d'états macroscopiquement différents.

- Il faut donc que la Nature (?) fasse un choix. Le vecteur état changera alors brusquement. Il sera transformé par l'opération de mesure.
- Immédiatement après, une nouvelle mesure de la **même grandeur** donne le même résultat.
- Le résultat du choix est aléatoire. On peut seulement calculer des probabilités.
- C'est la 'mesure' qui force le choix.

# LE RÔLE DE L'OBSERVATEUR

Paradoxes et difficultés en pagaille à cause des deux types d'évolution du vecteur état .

- Il évolue de façon continue et déterministe sous l'effet de l'équation de Schrödinger .
- Il évolue de façon discontinue et imprévisible lors d'une mesure.

Mais rien n'indique où s'arrête l'un et où commence l'autre.

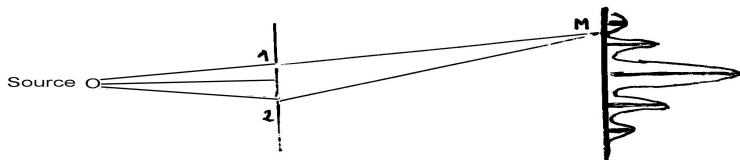
L'appareil de mesure forme avec le système étudié un objet quantique évoluant selon l'équation de Schrödinger !

L'opérateur forme avec l'objet précédent un système quantique ..

La mesure a-t-elle lieu quand il regarde l'aiguille de son appareil ?

Au niveau de sa rétine, de son cortex, de sa conscience ?

# LES FENTES D'YOUNG



## ASPECT ONDULATOIRE

Comme dans l'expérience optique, il y a des franges d'interférences  
Si on obstrue une fente, disparition des franges  
Pas addition des intensités: la figure obtenue avec les deux fentes  
ouvertes n'est pas la superposition de celles qu'on obtient en  
ouvrant séparément chaque fente.

## ASPECT CORPUSCULAIRE

La figure est constituée d'une myriade d'impacts ponctuels.  
On peut diminuer l'intensité : un quantum à la fois.

# LES FENTES D'YOUNG

## ASPECT CORPUSCULAIRE (?)..SUITE

Les impacts successifs continuent à construire, lentement, la figure d'interférence quand les deux fentes sont ouvertes.

## ASPECT QUANTIQUE

Comment l'électron "sait-il" que la deuxième fente est ouverte ? Si on éclaire les fentes avec un laser pour le voir passer..la figure d'interférence devient d'autant plus floue que les photons diffusés permettent d'identifier la fente par laquelle est passé l'électron avec une plus grande probabilité.

# LES FENTES D'YOUNG

## EXPLICATION QUANTIQUE: DISTRIBUTION DE PROBABILITÉS

$P(x) = |\psi_1(x) + \psi_2(x)|^2$  où  $\psi_1(x) + \psi_2(x)$  est la fonction d'onde dont les deux composants correspondent aux états "électron passant par la fente 1" ou "la fente 2". Ce sont des nombres complexes, dont les images dans le plan ont un angle variable mais bien déterminé en fonction de  $x$

Un photon change la phase du  $\psi$  relatif à la fente sur laquelle il tombe; la relation entre les deux est perdue, l'angle devient aléatoire, il n'y a plus d'interférences.

## CONCLUSION

Il n'est évidemment plus question de concevoir l'électron comme une bille.. ce n'est ni un corpuscule, ni une onde mais un être différent, sans rien qui lui ressemble à l'échelle macroscopique...

# LE CHAT DE SCHRÖDINGER

## Une conséquence du principe de superposition

### LE CAS D'UN NOYAU INSTABLE

- Certains noyaux peuvent se transformer spontanément;  
 $A \rightarrow B + \gamma$
- L'instant de la transformation est totalement imprévisible (distribution exponentielle) On peut seulement calculer une "espérance de vie"
  - La fonction d'onde du noyau correspond initialement à l'état  $|A\rangle$
  - Au bout d'une demi-vie, elle contient un composant  $|B\rangle + |\gamma\rangle$  de même intensité que  $|A\rangle$
- La mécanique quantique amène à considérer qu'aussi longtemps que le système n'est pas 'mesuré', il est dans une superposition d'états microscopiques  $a|A\rangle + b|B\rangle + |\gamma\rangle$



# LE CHAT DE SCHRÖDINGER

## LE CAS DU CHAT

Pour souligner le caractère "ridicule" de certaines prédictions Schrödinger transpose la situation à l'échelle macroscopique en "amplifiant" la situation du noyau. Au bout d'un moment, le chat est dans un état

$$a|\text{chat vivant}\rangle + b|\text{chat mort}\rangle$$

**Il n'est pas ou vivant ou mort !**



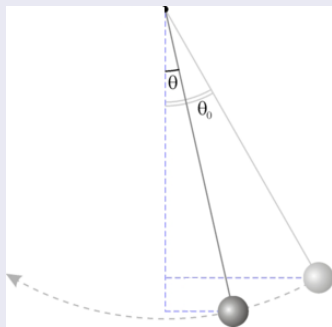
Mais qui croira que le regard de celui qui ouvre la boîte l'a tué ?  
Et finalement qu'est-ce que ça change ?

# LE CHAT DE SCHRÖDINGER

On appelle désormais "chat de Schrödinger" un système quantique mésoscopique placé dans une superposition d'états macroscopiquement incompatibles.

## UN EXEMPLE DE CHAT

Un oscillateur est placé dans une superposition d'états "quasi-classiques" correspondant à des valeurs opposées de son 'impulsion' moyenne.  $a|p_0\rangle + a^*| - p_0\rangle$  sont deux états macroscopiquement distincts. Une mesure de  $p$  ne donnera évidemment qu'un nombre.

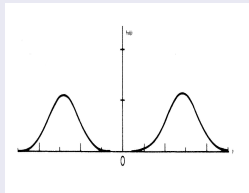


# LE CHAT DE SCHRÖDINGER

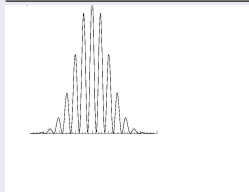
## UN EXEMPLE DE CHAT

Que se passe-t-il si on fait des mesures sur de nombreux systèmes préparés dans le même état ?

Histogramme des mesures d'impulsion



Histogramme des mesures de positions

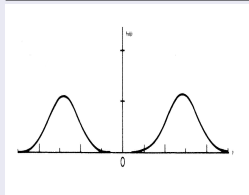


# LE CHAT DE SCHRÖDINGER

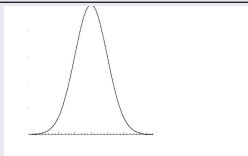
## UN EXEMPLE DE CHAT

Que se passe-t-il si on fait des mesures sur de nombreux systèmes qui sont pour moitié dans l'état  $|\rho_0\rangle$  et pour moitié dans l'état  $|\rho_0^*\rangle$  (mélange statistique) ?

Histogramme des mesures d'impulsion



Histogramme des mesures de positions



La différence est évidemment moins spectaculaire et surtout, très difficile à mettre en évidence!

# L'ARGUMENT EPR

SANS DOUTE LA PUBLICATION LA PLUS CITÉE EN PHYSIQUE

MAY 15, 1935

PHYSICAL REVIEW

VOLUME 47

## Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?

A. EINSTEIN, B. PODOLSKY AND N. ROSEN, *Institute for Advanced Study, Princeton, New Jersey*

(Received March 25, 1935)

# L'ARGUMENT EPR

## LES ÉLÉMENTS DE RÉALITÉ

Si, sans d'aucune manière perturber un système, on peut prédire avec certitude la valeur d'une quantité physique, alors il existe un élément de réalité correspondant à cette quantité physique.

Une certitude ne peut pas sortir de rien

## LA CONCLUSION

Si les prédictions de la mécanique quantique sont correctes et si la réalité physique peut être décrite de manière **locale** alors il existe des "éléments de réalité" qui son ignorés par cette théorie.

La mécanique quantique est incomplète puisqu'EPR considère que tout élément de réalité doit avoir sa place dans une théorie complète.

# L'ARGUMENT EPR

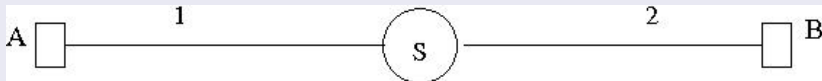
## PARENTHÈSE: LE SPIN

- Pour un électron (ou un proton ou..) sa mesure sur un axe donné peut seulement avoir les valeurs  $+1/2\hbar$  ou  $-1/2\hbar$  (+1 et -1) ou (+ et -) dans ce qui suit.
- Il existe des états avec des valeurs déterminées:  
 $P(+)=1, P(-)=0$  ou l'inverse.
- Le spin ne peut avoir de valeur déterminée simultanément sur deux axes.

On peut imaginer une paire d'électrons produite avec un spin total nul: son état sera:  $|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle|-\rangle - |-\rangle|+\rangle)$  les projections se référant à un axe arbitraire, mais le même pour les deux électrons.

# L'ARGUMENT EPR

ON PEUT ENSUITE IMAGINER LE DISPOSITIF SUIVANT..



Un spin est mesuré à gauche, l'autre à droite, sur des axes perpendiculaires à la direction de la paire et sans influences possibles de ce qui se passe dans une région sur l'autre.

- Mais si les axes sont parallèles, une mesure + à gauche permet de connaître, sans toucher l'autre particule, ce que sera le résultat à droite.
- Ceci reste vrai quel que soit le choix de la direction en question.
- $\Rightarrow$  Il existe des éléments de réalité attachés conjointement aux spins dans des directions différentes.
- $\Rightarrow$  la mécanique quantique est incomplète.



# L'ARGUMENT EPR

Il devrait donc exister des paramètres cachés (des éléments de réalité cachés)

## L'INÉGALITÉ DE BELL

Soit  $a, b$  les réglages des appareils de mesure à gauche et à droite et soit  $l$  les paramètres cachés. ( $a$  et  $b$  définissent donc les directions sur lesquelles on mesure la projection du spin.)

Soit  $A(a, l), B(b, l)$  les résultats (à gauche, droite) On suppose deux orientations : résultats possibles

$$A = A(a, l), A' = A(a', l), B = B(b, l), B' = B(b', l)$$

Ces résultats ne peuvent valoir que 1 ou -1 .

- Soit  $M = (A - A')B + (A + A')B'$
- On a toujours  $M = 2$  ou  $-2$
- Donc, si on mesure de nombreuses paires, la moyenne doit vérifier:  $-2 \leq \bar{M} \leq 2$

# LE THÉORÈME DE BELL

Or la mécanique quantique prédit des violation de cette inégalité d'un facteur  $\sqrt{2}$

## IL Y A DONC CONTRADICTION ENTRE LES 3 PROPOSITIONS

- Éléments de réalité à la EPR
- Localité (ici,  $A$  ne dépend pas de  $b$ ,  $B$  ne dépend pas de  $a$ )
- Validité de la mécanique quantique

Mais l'expérience donne raison à la dernière.

La valeur du spin en  $B$  est indéterminée avant la mesure du spin en  $A$  et est déterminée tout de suite après.

(Ce sont des "spukhafte Fernwirkungen", des interactions de spectres à distance, disait Einstein)

# IMPOSSIBILITÉS DE HARDY

On peut faire encore mieux (Lucien Hardy)  
Supposons que (mêmes notations qu'avant):

- 1  $A = 1$  et  $B = 1$  arrive parfois
- 2  $A = 1$  et  $B' = 1$  n'arrive jamais,  
de même que  $B = 1$  et  $A' = 1$
- 3  $A' = B' = -1$  n'arrive jamais

Possible ?? Non car:

- $A = 1 \rightarrow B' = -1$
- $B = 1 \rightarrow A' = -1$
- Donc si  $A = B = 1$  nécessairement  $A' = B' = -1$

Ou encore: si  $A' = B' = -1$  est impossible,  $A = B = 1$  l'est aussi.

# IMPOSSIBILITÉS DE HARDY

## ET POURTANT..

On peut construire un état quantique des deux spins de la forme

$$\psi = \alpha|+\rangle|-\rangle + \beta|-\rangle|+\rangle + \gamma|+\rangle|+\rangle$$

qui réalise simultanément les trois propositions 1. 2. 3.

Ici,  $|+\rangle$  et  $|-\rangle$  font référence aux projections du spin sur les directions "primées"  $a'$  et  $b'$  faisant un angle  $\theta$  avec les direction  $a$  et  $b$ .

$\psi$  ne contient pas  $|-\rangle|-\rangle$  donc  $A' = B' = -1$  est exclu.

Pour satisfaire à 2, on peut prendre:  $\alpha = \beta = -\cos\theta$  et  $\gamma = \sin\theta$

On calcule ensuite la probabilité d'occurrence du résultat

"impossible" 1 et on constate qu'en choisissant bien  $\theta$  elle vaut 9%

Et on peut faire encore 'pire' avec trois particules

# L'ARGUMENT EPR

## OÙ EST L'ERREUR ?

Des raisonnements simples nous ont amenés à une inégalité et une impossibilité.

La Mécanique Quantique viole cette inégalité et se moque de cette impossibilité ! Pourquoi ?

Sa réponse est:

Vous n'aviez pas le droit de parler des valeurs de  $A$ ,  $A'$ ,  $B$ ,  $B'$ , même comme quantités inconnues, et encore moins de raisonner sur elles, puisqu'au plus deux peuvent être mesurées simultanément.

**Une chose qu'on ne peut pas connaître n'existe pas**

(En l'occurrence, la projection du même spin sur un deuxième axe)

Remarquer cependant que si on abandonne l'hypothèse de localité, les démonstrations s'effondrent.

## ET OÙ VA-T-ON MAINTENANT ?

On pourrait peut-être retrouver les éléments de réalité perdus dans une théorie non locale dont les prédictions seraient compatibles avec celles de la Mécanique Quantique .. mais jusqu'ici on n'en connaît pas.

### PARMI LES IDÉES À ABANDONNER

- **Principe de réalisme:** Admettre que des grandeurs physiques ont des valeurs déterminées avant d'être mesurées et/ou..
- **Principe de localité:** Admettre que les résultats d'une mesure faite ici et maintenant (en  $10^{-5}$  sec) sont sans influence sur une mesure faite simultanément à 30 km (pas d'influence causale possible)

## ET OÙ VA-T-ON MAINTENANT ?

On pourrait peut-être retrouver les éléments de réalité perdus dans une théorie non locale dont les prédictions seraient compatibles avec celles de la Mécanique Quantique .. mais jusqu'ici on n'en connaît pas.

### PARMI LES IDÉES À ABANDONNER

- **Principe de réalisme:** Admettre que des grandeurs physiques ont des valeurs déterminées avant d'être mesurées et/ou..
- **Principe de localité:** Admettre que les résultats d'une mesure faite ici et maintenant (en  $10^{-5}$  sec) sont sans influence sur une mesure faite simultanément à 30 km (pas d'influence causale possible)

La lune est-elle là quand il n'y a personne pour la regarder ?