

## MP006 : Détection des Rayonnements Energétiques (2011-2012)

Wilfrid da Silva<sup>1</sup> , F. Kapusta<sup>2</sup>

<sup>1</sup> University of Paris 6 , LPNHE Paris

<sup>2</sup> CNRS/IN2P3 , LPNHE Paris

**TP(40%) + EXAMEN (60%)**

transparent du cours sur le WEB :

Seul les éléments traités en cours/TD sont à l'examen de cette partie.

Seul les notes manuscrites (écrite par vos mains) sont admissent à l'examen de cette partie

Votre poly de TP et votre cahier de manipulation sont admis et vivement conseillé à l'examen de TP.

# Plan-Contenu

- 1 Perte d'énergie par ionisation de la matière
  - Introduction
  - Formule Bethe-Bloch-Sterheimer
  - Parcours moyen d'une particule dans la matière : R
- 2 Chambre d'ionisation
  - principe
  - Exemple de détecteur à gaz
  - Charge induite à l'anode par la collection de charge
- 3 Calorimétrie
- 4 Exercices
  - Examen : 18 janvier 2006 - durée 1h30
  - Charge induite à l'anode par la collection de charge



# Plan-Contenu

- 1 Perte d'énergie par ionisation de la matière
  - Introduction
    - Formule Bethe-Bloch-Sterheimer
    - Parcours moyen d'une particule dans la matière : R
- 2 Chambre d'ionisation
  - principe
  - Exemple de détecteur à gaz
  - Charge induite à l'anode par la collection de charge
- 3 Calorimétrie
- 4 Exercices
  - Examen : 18 janvier 2006 - durée 1h30
  - Charge induite à l'anode par la collection de charge

## Particules chargées lourdes

- Les particules chargées lourdes sont tout simplement l'ensemble de toutes les particules chargées, à l'exception des électrons (et positrons). On peut en citer quelques unes, tel le proton, la particule alpha (noyau d'hélium) et les ions lourds.
- Le passage d'une particule chargée dans la matière a deux effets principaux qui sont la perte d'énergie par la particule et une déflexion de la trajectoire de la particule.
- Les processus qui gouvernent le freinage des particules chargées dans la matière sont extrêmement complexes. Nous nous bornerons à une approche simplifiée.

## Les 4 processus responsable du freinage de la particule chargées

Quatre processus peuvent en principe entrer en ligne de compte pour freiner une particule chargée.

- 1 **Collisions inélastiques avec les électrons atomiques de la matière.**
  - Interaction individuelle avec les électrons du cortège électronique
  - Il n'y a pas conservation de l'énergie cinétique, une partie servant à l'excitation ou l'ionisation des atomes.
  - Processus principal responsable de la perte d'énergie des particules chargées lourdes.
  - La quantité d'énergie transférée lors de chaque collision est généralement une très faible portion de l'énergie cinétique totale de la particule incidente.
  - Cependant le nombre de collisions par unité de libre parcours moyen est tellement grand que l'on peut observer une perte d'énergie substantielle même dans des matériaux de faibles épaisseurs.
- 2 **Collisions élastiques avec les électrons atomiques de la matière.**
  - Diffusion élastique avec le champ coulombien de l'ensemble des électrons du cortège électronique (effet Ramsauer).
  - Effet important uniquement si l'énergie des projectiles est inférieure à 100 eV.
- 3 **Collisions élastiques avec les noyaux atomiques de la matière.**
  - Processus assez fréquent si la particule incidente est légère, relativement rare si la particule incidente est lourde.
  - Une très faible quantité d'énergie est transférée dans ce type de collisions car la masse des noyaux est en général grande en comparaison avec la masse de la particule incidente.
- 4 **Collisions inélastiques avec les noyaux atomiques de la matière.**

## Conditions d'ionisation

- Le processus par lequel des électrons sont ainsi éjectés lors du passage d'une particule ionisante ayant une énergie de un ou plusieurs MeV est appelé ionisation primaire.
- Un électron pourra s'échapper s'il reçoit une énergie  $W$  supérieure à son énergie de liaison  $I$ .

$$W \geq I \quad (1)$$

- Le transfert maximum  $W_{\max.}$  qui peut se produire dans une collision (cas non-relativiste) est :

$$W_{\max.} = \frac{4m_e M}{(m_e + M)^2} E \simeq \frac{4m_e}{M} E \quad (2)$$

où  $m_e$  est la masse de l'électron,  $M$  et  $E$  sont la masse et l'énergie cinétique du projectile.

## Conditions d'ionisation (suite)

- Une ionisation ne pourra se produire que si  $W_{\max.}$  est au moins égale au seuil d'ionisation de l'électron  $I_0$ .

$$W_{\max.} \geq I_0 \quad (3)$$

- L'énergie de la particule incidente devra donc au minimum être égale à :

$$E_{\min} = \frac{M \cdot I_0}{4m_e} \quad (4)$$

Dans le cas de l'oxygène, où  $I_0 = 12.2$  eV, l'énergie d'un proton doit être au minimum égale à 5.6 keV pour que l'ionisation ait lieu.

# Plan-Contenu

- 1 Perte d'énergie par ionisation de la matière
  - Introduction
  - **Formule Bethe-Bloch-Sterheimer**
  - Parcours moyen d'une particule dans la matière : R
- 2 Chambre d'ionisation
  - principe
  - Exemple de détecteur à gaz
  - Charge induite à l'anode par la collection de charge
- 3 Calorimétrie
- 4 Exercices
  - Examen : 18 janvier 2006 - durée 1h30
  - Charge induite à l'anode par la collection de charge

## Variation d'énergie $dE$ d'une particule lourde lors d'une interaction électromagnétique avec un électron de la matière : les hypothèses

### Calcul en mécanique classique de $\Delta\vec{p}_e$

L'impulsion communiquée  $\Delta\vec{p}_e$  à l'électron d'un atome par une particule lourde de masse  $M$  et de charge  $ze$  est :

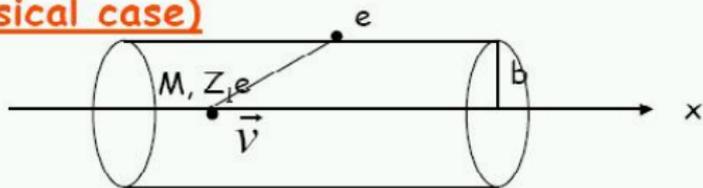
$$\Delta\vec{p}_e = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{F} dt$$

Les hypothèses du calcul :

- L'impulsion communiquée  $\Delta\vec{p}_e$  est faible devant l'impulsion de la particule lourde  $M\vec{v} = Mv\vec{u}_{\parallel}$  ce qui implique que lors d'une seule interaction électromagnétique avec un électrons la vitesse  $v$  de la particule lourde reste constante ( $v \simeq \text{constant}$ ).
- La masse de la particule lourde est très grande devant celle de la masse  $m_e$  de l'électrons ( $M \gg m_e$ ) ce qui implique que la particule lourde n'est pratiquement pas déviée lors de l'interaction électromagnétique avec l'électron. Son paramètre d'impact  $b$  (ie sa plus petite distance avec l'électron) est indépendant du temps ( $b \simeq \text{constant}$ ).

# Calcul en 1 page .....

## Bohrs calculation (classical case)



Momentum transfer

$$\Delta p = \int \dot{p} dt = e \int E_{\perp} dt = e \int E_{\perp} \frac{dt}{dx} dx = e \int E_{\perp} \frac{dx}{v} = \frac{2ze^2}{vb}$$

$$\Delta E(b) = \frac{\Delta p^2}{2m_e} = \frac{2z^2e^4}{m_e v^2 b^2}$$

Energy loss

$$-dE(b) = \Delta E(b) N_e dV = \frac{2z^2e^4}{m_e v^2 b^2} N_e dV = \frac{2z^2e^4}{m_e v^2 b^2} N_e 2\pi b db dx$$

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi z^2 e^4}{m_e v^2} N_e \ln(b_{\max} / b_{\min})$$

$$= \frac{4\pi z^2 e^4}{m_e v^2} N_e \ln\left(\frac{\gamma v}{\bar{v}} / \frac{ze^2}{\gamma^2 m_e v^2}\right)$$

## Même calcul que précédemment mais en plus explicite .....

On calcul d'abord la quantité de mouvement  $\Delta\vec{p}_e$  et l'énergie cinétique  $T_c$  communiquée à l'électron par la particule lourde, puis on en déduit la variation d'énergie  $dE$  de l'énergie cinétique  $E$  de la particule lourde

Avec les hypothèses faites précédemment la quantité de mouvement communiquée à l'électron est perpendiculaire à la trajectoire rectiligne de la particule lourde. On a :

$$\Delta\vec{p}_{e\parallel} = -\frac{ze^2v}{4\pi\epsilon_0}\vec{u}_{\parallel}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{t}{((vt)^2+b^2)^{3/2}}dt \simeq 0$$

$$\Delta\vec{p}_{e\perp} = -\frac{ze^2b}{4\pi\epsilon_0}\vec{u}_{\perp}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{((vt)^2+b^2)^{3/2}}dt$$

$$\Delta\vec{p}_{e\perp} = -\frac{ze^2b}{4\pi\epsilon_0v}\vec{u}_{\perp}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{(x^2+b^2)^{3/2}}dx \quad (x = vt)$$

$$\Delta\vec{p}_{e\perp} = -\frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{2}{vb}\vec{u}_{\perp}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos udu \quad (x = \tan u) = \frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{2}{vb}\vec{u}_{\perp}$$

L'électron acquiert l'énergie cinétique  $T_c$  ce qui entraîne la variation d'énergie  $dE$  de la particule lourde :

$$dE = -T_c = -\frac{(\Delta p_{e\perp})^2}{2m_e} = -\frac{z^2e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2}\frac{2}{m_e v^2 b^2}$$

## Perte d'énergie due à l'interaction avec plusieurs électrons

Sur le passage de la particule lourde, celle-ci rencontre une multitude d'électrons. La perte d'énergie  $dE$  de la particule lourde due à ses nombreuses interactions électromagnétique avec l'ensemble des électrons situés dans une couronne élémentaire de rayon  $b$ , d'épaisseur  $db$  et de largeur  $dx$  du matériau de numéro atomique  $Z$ , de nombre de masse  $A$  et de masse volumique  $\rho$  vaut :

$$dE = - \left( \rho N_{av} \frac{Z}{A} \right) (2\pi b db dx) \left( \frac{z^2 e^4}{(4\pi \epsilon_0)^2} \frac{2}{m_e v^2 b^2} \right)$$

Ce qui donne après intégration sur le paramètre d'impact :

$$-\frac{dE}{dx} = \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} \left( \rho N_{av} \frac{Z}{A} \right) (2\pi b db) \left( \frac{z^2 e^4}{(4\pi \epsilon_0)^2} \frac{2}{m_e v^2 b^2} \right)$$

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi N_{av} e^4}{(4\pi \epsilon_0)^2} \frac{\rho z^2 Z}{m_e v^2 A} \ln \left( \frac{b_{\max}}{b_{\min}} \right)$$

## Impulsion maximale transférée à l'électron par la particule $\Rightarrow b_{min}$

En mécanique classique, lors d'un choc direct entre une particule de masse  $M$  et de vitesse  $v_1 = v$  avec une particule au repos ( $v_2 = 0$ ) de masse  $m_e$ , les lois de conservation de l'énergie et de l'impulsion entraînent les vitesses après le choc qui sont fonction du coefficient d'élasticité  $e$  :

$$v_1' = \frac{M - em_e}{M + m_e} v_1 + \frac{(1 + e)m_e}{M + m_e} v_2 \sim v$$

$$v_2' = \frac{(1 + e)M}{M + m_e} v_1 + \frac{M - em_e}{M + m_e} v_2 \sim (1 + e)v$$

- La plus grande variation de vitesse de l'électron a lieu lorsque le coefficient d'élasticité vaut 1 ( $e=1$ ), ce qui correspond à un choc élastique où il y a conservation de l'énergie cinétique totale.
- Dans le cas  $e=1$  la réaction a lieu avec un électrons libre et aucune partie de l'énergie cinétique initiale de la particule lourde ne sert à compenser l'énergie de liaison de l'électron.
- L'impulsion maximale transférée à l'électron est donc  $2m_e v$  ce qui entraîne :

$$\Delta p_{e\perp} \leq (\Delta p_{e\perp})_{max} = 2m_e v$$

$$\frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{2}{vb} \leq 2m_e v$$

$$b \geq b_{min} = \frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{m_e v^2}$$

## Impulsion minimale transférée à l'électron par la particule $\Rightarrow b_{max}$

- Il y a une impulsion minimale transférée à l'électron car l'énergie transférée par la particule lourde doit être supérieure à l'énergie de liaison  $I$  de l'électron :

$$|dE| \geq |dE|_{min} = \frac{((\Delta p_{e\perp})_{min})^2}{2m_e} = I$$

$$\frac{z^2 e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{2}{m_e v^2 b^2} \geq I$$

$$b \leq b_{max} = \frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{2}{m_e v^2 I} \right)^{1/2}$$

En tenant compte de nos estimations sur les valeurs minimale et maximale du paramètre d'impact on obtient :

$$\ln \left( \frac{b_{max}}{b_{min}} \right) = \ln \left( \frac{2m_e v^2}{I} \right)^{1/2}$$

## Remarque générale sur la formule de Bethe-Bloch-Sterheimer

- On exprime habituellement l'épaisseur en  $g/cm^2$ , soit  $x' = \rho x$ .

$$-\frac{dE}{dx'} = -\frac{dE}{d(\rho x)} = \frac{4\pi N_{av} e^4}{(4\pi \epsilon_0)^2} \frac{z^2 Z}{m_e v^2 A} \ln \left( \frac{2m_e v^2}{I} \right)^{1/2}$$

- Cette formule est valide pour toute particule de masse  $M$  ayant une charge  $ze$  et une vitesse  $v$  à l'exception des électrons et des positrons.
- La perte d'énergie par unité de longueur ( $\frac{dE}{dx}$ ) dépend de la vitesse  $v$  et non de la masse  $M$  de la particule.
- À basse énergie  $\frac{dE}{dx} \sim \frac{1}{\beta^2}$  (partie décroissante)
- À haute énergie  $\frac{dE}{dx} \sim \ln \gamma$  (partie croissante (trés lentement))
- Il existe une vitesse où la perte d'énergie par unité de longueur est minimale :  $\beta = \frac{v}{c} \sim 0,97$  ou  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \sim 4$ . On parle de Mip (Minimum ionization particle).
- Au Mip (particule au minimum d'ionisation), on a  $\left(\frac{dE}{dx}\right)_{min} \sim 1 - 2 \text{ Mev}/(g/cm^2)$
- L'énergie moyenne d'ionisation vaut :  $I \sim 10 Z$

## Remarque générale sur la formule de Bethe-Bloch-Sterheimer

- On exprime généralement la perte d'énergie de la manière suivante :

$$-\frac{dE}{d(\rho x)} = \left(4\pi N_{av} m_e c^2\right) \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2}\right) z^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \frac{1}{2} \ln\left(\frac{2m_e v^2}{I}\right)$$

où le rayon classique de l'électron  $r_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2} = 2.81 \text{ fm}$   
 et  $K = 4\pi N_{av} m_e c^2 r_e = 0,307 \text{ MeVg}^{-1}\text{cm}^2$

$$-\frac{dE}{d(\rho x)} = K z^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \frac{1}{2} \ln\left(\frac{2m_e c^2 \beta^2}{I}\right)$$

$$-\frac{dE}{d(\rho x)} \sim 0,31 z^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \frac{1}{2} \ln\left(\frac{2m_e c^2 \beta^2}{I}\right) [\text{MeVg}^{-1}\text{cm}^2]$$

- Le calcul de la perte d'énergie en tenant compte de la mécanique quantique donne l'expression ci-dessous où la facteur 1/2 devant le ln a disparu :

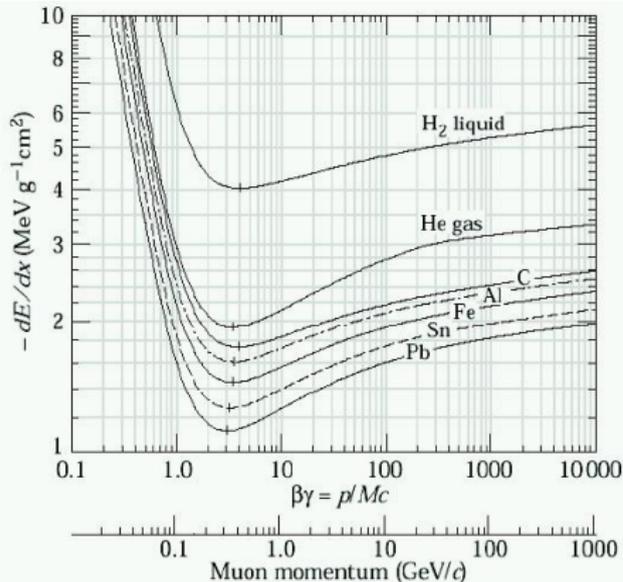
$$-\frac{dE}{d(\rho x)} = K z^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left( \ln\left(\frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{I}\right) - \beta^2 \right) [\text{MeVg}^{-1}\text{cm}^2]$$

## Ordre de grandeurs

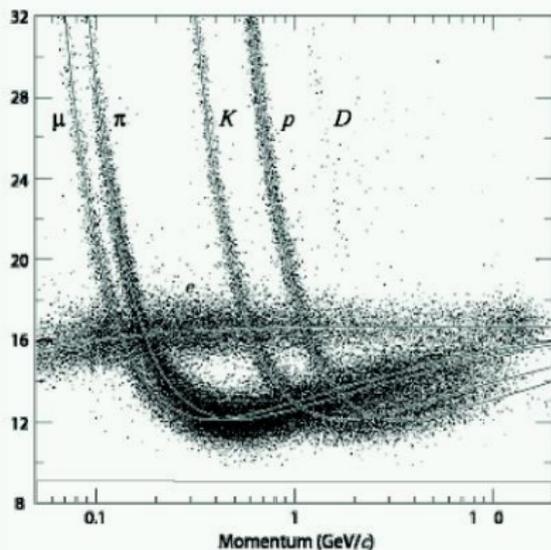
- $I_0$  : premier potentiel d'ionisation en eV
- $I$  : potentiel moyen d'ionisation en eV
- $w$  :Energie perdu moyenne ( $dE/dx$ ) par paire d'ion en eV
- $(dE/dx)_{min}$  : Energie perdu moyenne au minimum d'ionisation en  $keVcm^{-1}$
- $(dN_1/dx)_{min}$  : nombre d'ionisations primaire au minimum d'ionisation en  $cm^{-1}$
- $(dN_1/dx)_t$  : nombre d'ionisations totale au minimum d'ionisation en  $cm^{-1}$
- $\rho$  : masse volumique en  $gcm^{-3}$
- He : $Z = 2,5 - A = 4.0 - \rho = 0.16 \cdot 10^{-3} - I_0 = 24.6I = 38.5 - w = 42.3 - (dE/dx)_{min} = 0.32 - (dN_1/dx)_{min} = 3.3 - (dN_1/dx)_t = 7.6$
- Air : $Z = 14,5 - A = 29.0 - \rho = 1.2 \cdot 10^{-3} - I = 103.1 - w = 33.8 - (dE/dx)_{min} = 2.1 - (dN_1/dx)_{min} = 23.7 - (dN_1/dx)_t = 63.6$
- $CH_4$  : $Z = 10 - A = 16.0 - \rho = 0.67 \cdot 10^{-3} - I_0 = 12.7 - I = 44.1 - w = 27.1 - (dE/dx)_{min} = 1.6 - (dN_1/dx)_{min} = 24.8 - (dN_1/dx)_t = 59.3$
- Pb : $Z = 82 - A = 207,2 - \rho = 11.3 - I = 585.6$ (atome isolé)  $599.1$ (calcul dans un solide)  $761$ (valeur expérimentale)  $-(dE/dx)_{min} = 1.12 MeVg^{-1}cm^2$

## Formule de Bethe-Bloch-Sterheimer

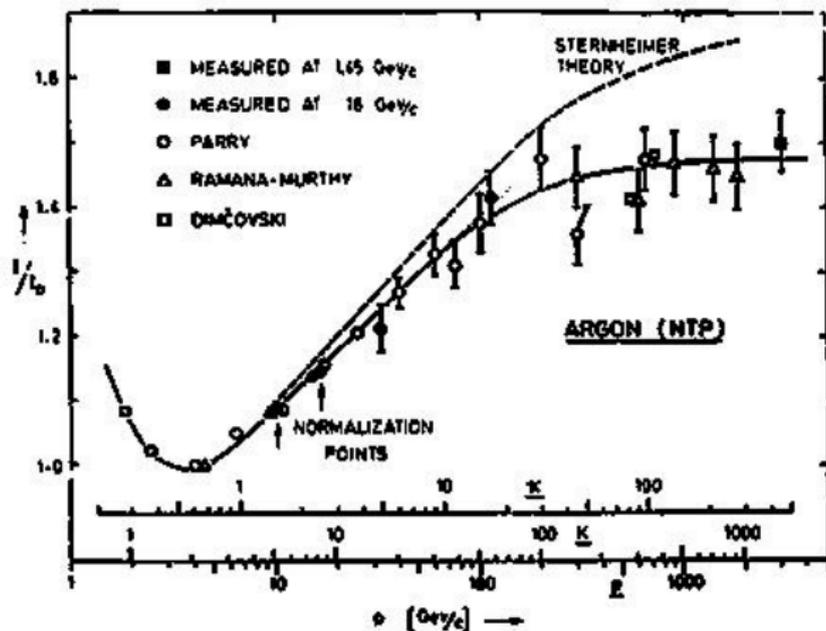
Stopping power of muon function its momentum for several materials (pouvoir d'arrêt du muon en fonction de son impulsion pour différents matériaux)



Energy deposit per unit length (keV/cm) fonction of momentum incident particle (Energie déposée par unité de longueur en fonction de l'impulsion de la particule incidente)



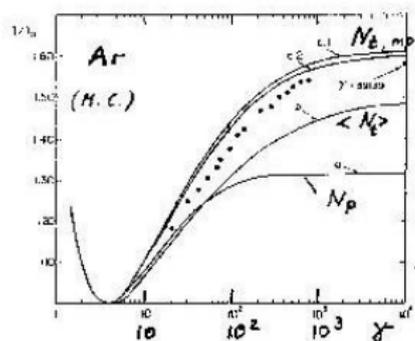
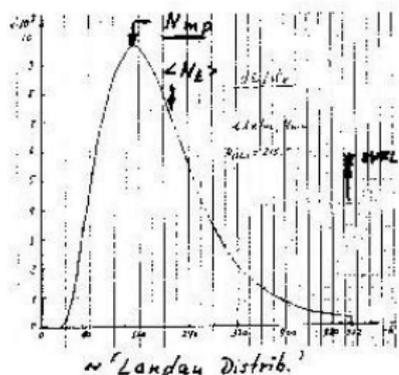
## Remarque générale sur la formule de Bethe-Bloch-Sterheimer



Energy loss in argon, as a function of particle mass and momentum ; the vertical scale gives the relative increase above the minimum of ionisation. (With apologies for the poor quality of the figure !)

## Aspect probabiliste :

En fait nous avons estimé la valeur moyenne d'une distribution.  
 Des calculs plus poussés montrent que la distribution de la perte d'énergie par unité de longueur est une distribution de Landau (distribution asymétrique)  
 L'incertitude  $\sigma_N$  sur la valeur moyenne  $N$  du nombre d'électrons produit par ionisation peut être estimée par  $F\sqrt{N}$  où  $F = 0.5$ . Le facteur  $F$  qui évalue l'écart l'incertitude par rapport à l'incertitude donnée par la loi de Poisson est dû au fait que les interactions ne sont pas complètement indépendantes les unes des autres.



Distribution du nombre d'électrons créés dans

Evolution du nombre d'électrons  $N_t$ ,  $N_{t.m.p.}$  et  $N_1$  en fonction de la poussée de Lorentz du

# Plan-Contenu

- 1 Perte d'énergie par ionisation de la matière
  - Introduction
  - Formule Bethe-Bloch-Sterheimer
  - Parcours moyen d'une particule dans la matière : R
- 2 Chambre d'ionisation
  - principe
  - Exemple de détecteur à gaz
  - Charge induite à l'anode par la collection de charge
- 3 Calorimétrie
- 4 Exercices
  - Examen : 18 janvier 2006 - durée 1h30
  - Charge induite à l'anode par la collection de charge

# Parcours moyen d'une particule dans la matière : R

## Features of "Bethe-Bloch"

- minimum is at  $\beta = 0.96$
- particles in the same material:

$$-\frac{dE}{dx} = z^2 f(\beta)$$

- particles with same T

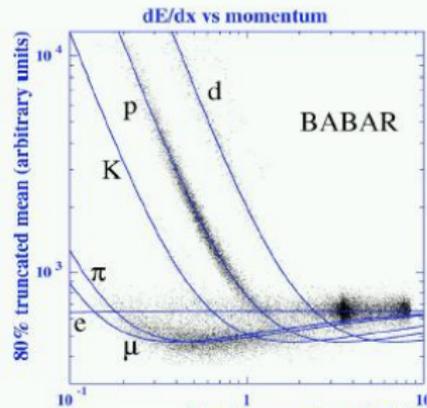
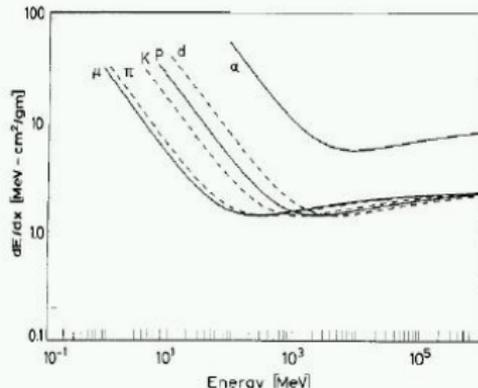
$$-\frac{dE_2}{dx}(T_2) = -\frac{z_2^2}{z_1^2} \frac{dE_1}{dx} \left(T_2 \frac{M_1}{M_2}\right)$$

- Variation with Energy

$$-\frac{dE}{dx} \propto \frac{z^2}{v^2} = A \frac{z^2}{E}$$

$$\Delta E \approx -\frac{dE}{dx} \Delta x$$

$$E = A E_0 \propto A z^2$$

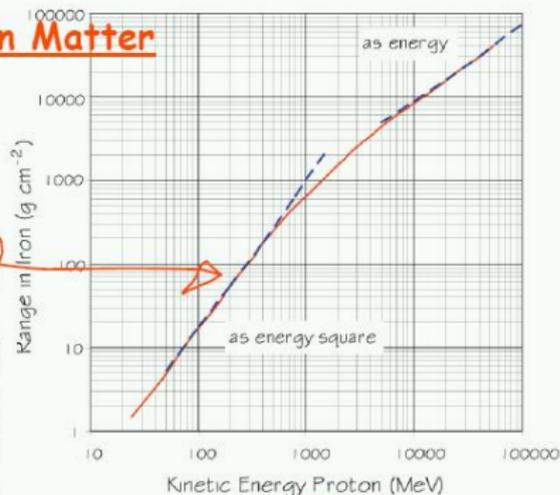
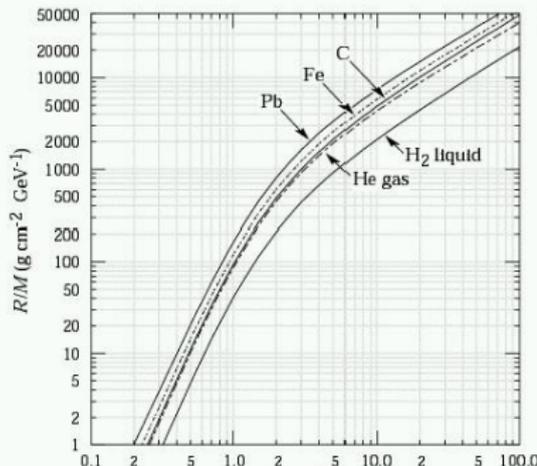


# Parcours moyen d'une particule dans la matière : R

## Range of (heavy) Particles in Matter

Integrating  $dE/dX$  from Rutherford scattering and ignoring the slowly changing  $\ln()$ .

$$Range = R \approx \frac{Const.}{Z_1^2 m_1^2} E_{Kinetic}^2$$



Range is approximately proportional to the kinetic energy square at low energy and approximately proportional to the kinetic energy at high energy where the  $dE/dX$  is about constant.

## Parcours moyen d'une particule dans la matière : R

$$R = [dx]_0^R = \int_E^{mc^2} \frac{dE}{\frac{dE}{dx}} = \int_{mc^2}^E \frac{dE}{-\left(\frac{dE}{dx}\right)} = \int_0^{T_c} \frac{dE}{-\left(\frac{dE}{dx}\right)}$$

- Comportement de R en fonction de l'impulsion  $p$ , de la masse  $M$  et de la charge  $z$  de la particule incidente  
 on a

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right) \propto \frac{z^2}{v^2}$$

donc

$$R \propto \int_0^E \frac{d(Mv^2)}{\frac{z^2}{v^2}} \propto \frac{M}{z^2} \int_0^v v^3 dv \propto \frac{M}{z^2} v^4 \propto \frac{M}{z^2} E^2 \propto \frac{1}{M^3 z^2} p^4$$

d'ou la représentation linéaire pour des axes log-log.

## Détermination de la trajectoire d'une particule chargée

- L'ionisation du milieu lors du passage de la particule permet de déterminer sa trajectoire. On mesure la longueur  $L$  de sa trajectoire et sa flèche  $\delta$ .
- l'impulsion de la particule est donnée par :

$$\rho = 300B\rho \quad [\rho] = \text{MeV}, [B] = \text{Tesla}, [\rho] = \text{mètre}$$

Pour une grande longueur de trajectoire  $L$  comparée à la flèche  $\delta$  ( $L \gg \delta$ ) on a :

$$\rho \simeq \frac{L^2}{8\delta} \text{ soit } p \simeq \frac{300BL^2}{8\delta}$$

- l'incertitude  $\sigma_p$  sur l'impulsion est donnée par :

$$\sigma_p^2 = \left(\frac{300BL}{4\delta}\right)^2 \sigma_L^2 + \left(\frac{300BL^2}{8\delta^2}\right)^2 \sigma_\delta^2$$

$$\frac{\sigma_p^2}{p^2} = 4 \frac{\sigma_L^2}{L^2} + \frac{\sigma_\delta^2}{\delta^2} \simeq \frac{\sigma_\delta^2}{\delta^2} \text{ (car } \sigma_L \simeq \sigma_\delta \text{ et } L \gg \delta)$$

soit

$$\frac{\sigma_p}{p} \simeq \frac{\sigma_\delta}{\delta}, \quad \sigma_p \simeq \frac{8p^2}{300BL^2} \sigma_\delta$$

estimation de l'incertitude  $\sigma_\delta$  sur la flèche. On fait l'hypothèse que l'on a mesuré la trajectoire en 3 points (au début ( $y_1$ ), au milieu ( $y_2$ ) et à la fin ( $y_3$ ) de celle-ci) avec une incertitude  $\sigma$ , soit :

$$\delta = y_2 - \frac{y_1 + y_3}{2} \text{ soit } \sigma_\delta^2 = \sigma^2 + \frac{1}{4}\sigma^2 + \frac{1}{4}\sigma^2 = \frac{3}{2}\sigma^2$$

soit

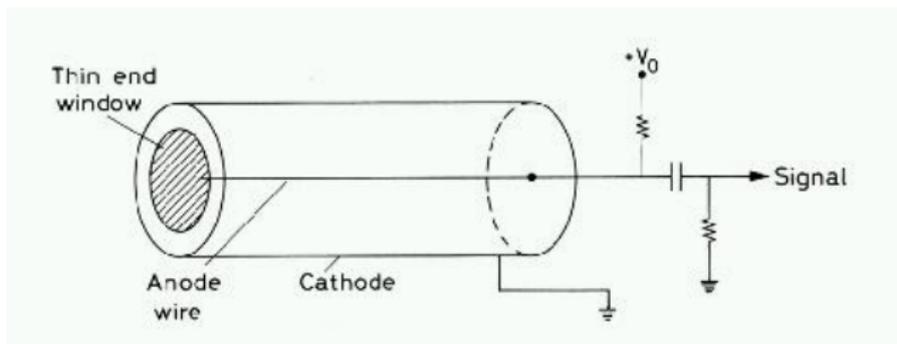
$$\sigma_p \simeq \frac{8p^2}{300BL^2} \sqrt{\frac{3}{2}} \sigma$$

# Plan-Contenu

- 1 Perte d'énergie par ionisation de la matière
  - Introduction
  - Formule Bethe-Bloch-Sterheimer
  - Parcours moyen d'une particule dans la matière :  $R$
- 2 **Chambre d'ionisation**
  - **principe**
  - Exemple de détecteur à gaz
  - Charge induite à l'anode par la collection de charge
- 3 Calorimétrie
- 4 Exercices
  - Examen : 18 janvier 2006 - durée 1h30
  - Charge induite à l'anode par la collection de charge

## Schéma de principe d'un détecteur à gaz

- Les détecteurs à ionisation, ou aussi appelé détecteur à gaz sont parmi les plus anciens détecteurs de particules, mais sont toujours d'actualité.
- La grande mobilité des électrons et des ions dans un gaz, fait que celui-ci est le milieu idéal pour collecter les ionisations provenant de radiations qui le traversent.
- Schéma de principe d'un détecteur à gaz :



## Chambre d'ionisation : principe

- Condensateur Cylindrique :  $r_{\text{fil}}, r_{\text{ext}}, V(r_{\text{fil}}) = V_0, V(r_{\text{ext}}) = 0$
- Champ électrique radial :  $\vec{E} = E(r)\vec{u}_r$
- Calcul du potentiel et champ électrique :

$$\int \int_{\text{surface}} = \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$

$$2\pi rhE(r) = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0 \epsilon_r}, \vec{E} = -\text{grad}\vec{V}(r), V(r) = -\int_{r_{\text{fil}}}^r \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0 \epsilon_r} \frac{dr}{2\pi rh}$$

$$V(r_{\text{ext}}) - V(r_{\text{fil}}) = -V_0 = -\frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0 \epsilon_r} \ln\left(\frac{r_{\text{ext}}}{r_{\text{fil}}}\right)$$

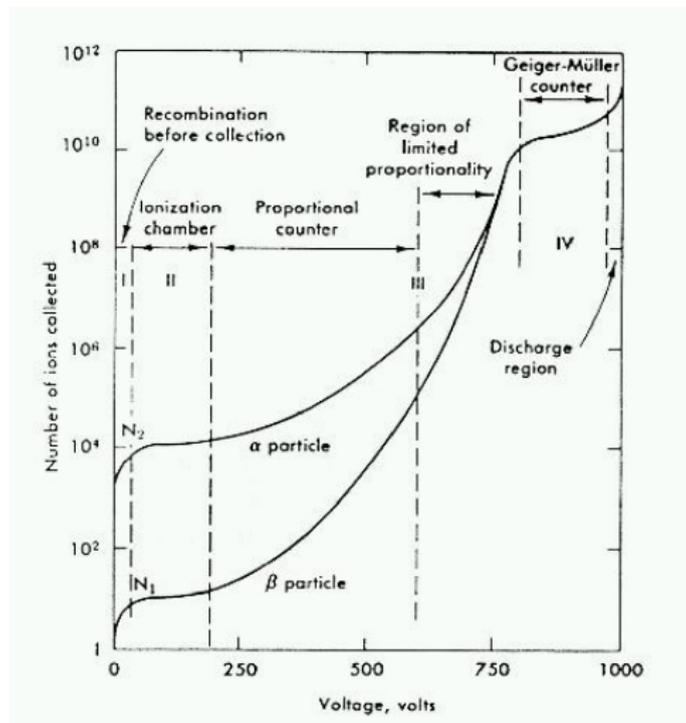
$$V(r) = -\frac{V_0}{\ln\left(\frac{r_{\text{ext}}}{r_{\text{fil}}}\right)} \ln\left(\frac{r}{r_{\text{fil}}}\right), E(r) = \frac{V_0}{r} \frac{1}{\ln\left(\frac{r_{\text{ext}}}{r_{\text{fil}}}\right)}$$

- Ordre de grandeur :  $r_{\text{fil}} = 30 \mu\text{m}, r_{\text{ext}} = 8 \text{ mm}, V_0 = 1 \text{ kV}, E(r_{\text{fil}}) \simeq 60 \text{ kV/cm}$

## Chambre d'ionisation : principe de fonctionnement

- 1 Ionisation primaire dans un gaz : elle est due à une particule incidente.
- 2 Ionisation secondaire : migration et multiplication des électrons et des ions sous l'action du champ électrique.
- 3 Collection des électrons sur l'anode et des ions sur la cathode. Le signal électrique induit dans le circuit extérieur est dû au mouvement de ces charges.

# Les différents régimes (régions) de fonctionnement d'un détecteur à gaz



## Les différents régimes(régions) de fonctionnement

On distingue plusieurs types de ces détecteurs, dépendants du nombre de ions que le détecteurs peut enregistrer en fonction de la tension, comme le montre la Figure ci-dessus. On y voit les détecteurs à ionisation, les compteurs proportionnels et les Geiger-Müller.

- Zone I

Lorsque la tension est nulle, il n'y a bien sûr pas de collection de charge, car les paires ions-électrons se recombinent sous l'effet de leur propre attraction. Dès que la tension augmente, les forces de recombinaisons sont les plus fortes et un courant commence à augmenter dépendant du nombre de paires ions-électrons qui sont collectées. La zone I représente une région où la collection de charge est partielle par rapport à la charge déposée par la particule. Il y a une recombinaison du gaz avant que l'information complète soit enregistrée.

- Zone II

A un point donné, toutes les paires créées seront collectées et une augmentation de la tension n'aura plus d'effet. La chambre à ionisation (zone II) est la zone où la collection de charge est totale. Le signal est relativement faible et on utilise ces détecteurs comme instrument de contrôle de la radiation par exemple.

## Les différents régimes(régions) de fonctionnement

- Zone III

Lorsque la tension augmente, on arrive dans la zone III, où le courant augmente à nouveau. A ce point, le champ électrique est suffisamment intense pour que les électrons puissent ioniser le gaz, ce qui provoque une avalanche. Étant donné que le champ électrique est le plus intense près de l'anode, ces avalanches ont lieu très rapidement et très proche du fil. Le nombre de paires électrons-ions est directement proportionnel au nombre d'électrons primaires. La charge totale recueillie est proportionnelle à la charge initiale avec un gain de l'ordre de  $10^6$  ; ce sont des compteurs proportionnels.

Si la tension augmente encore au delà du point III, la quantité totale d'ionisation créée par ces multiplications devient assez grande pour que l'espace des charges distorde le champ électrique autour de l'anode. Dans cette zone limite où le champ devient trop intense, il détruit la proportionnalité. On appelle ceci la région de proportionnalité limitée.

- Zone IV et au delà

En zone IV, la tension étant si grande, les décharges se répandent dans tout le détecteur ; ce sont les compteurs Geiger-Müller. Au lieu d'avoir une avalanche limitée dans l'espace, il y a de nombreuses avalanches secondaires, et quelque que soit la particule incidente, le signal de sortie est le même. On voit que ce détecteur a un plateau le long duquel le taux de comptage ne varie quasiment pas. Au delà de cette région, il y a des décharges indépendamment de la présence de particule. On essaiera d'éviter ces hautes tensions, afin de ne pas endommager les détecteurs.

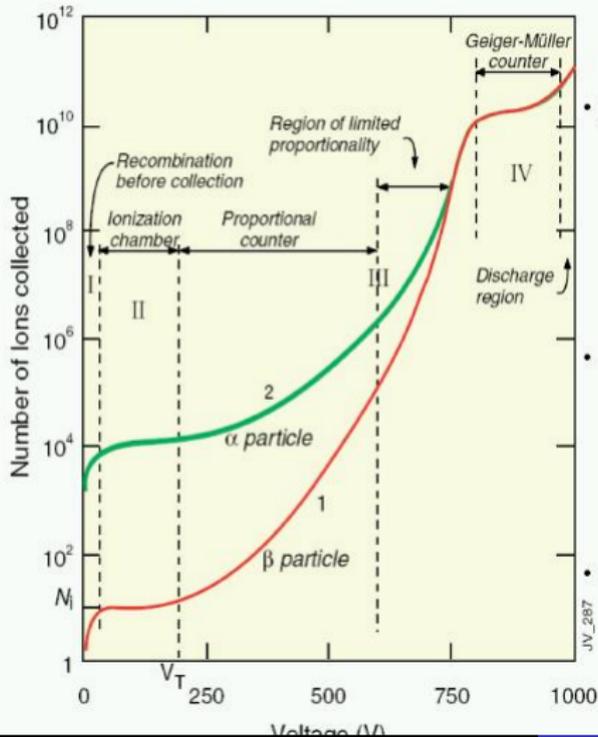
## Les différents régimes (régions) de fonctionnement (résumé)

Le nombre d'ions collectés est la signature du passage d'une particule et il permet la mesure de l'énergie de celle-ci sous certaines conditions

- Région R : recombinaison des paires électrons-ions primaires.
- Région IC : chambre d'ionisation
  - $N_{\text{ions collectés}} \propto \frac{-dE}{dx} = f(\text{Energie de la particule incidente})$
  - Permet la mesure de l'énergie de la particule incidente.
- Région PC : régime proportionnelle
  - $N_{\text{ions collectés}} \propto \frac{-dE}{dx}$  et  $\propto$  Voltage
  - Permet la mesure de l'énergie de la particule incidente.
  - étalonnage plus complexe que dans le régime chambre d'ionisation
- région GC : régime Geiger Muller
  - $N_{\text{ions collectés}}$  "quasi indépendant du" Voltage
  - Pas de mesure du  $\frac{-dE}{dx}$
- Région D : décharge électrique continue dans le gaz

## Les différents régimes (régions) de fonctionnement (résumé)

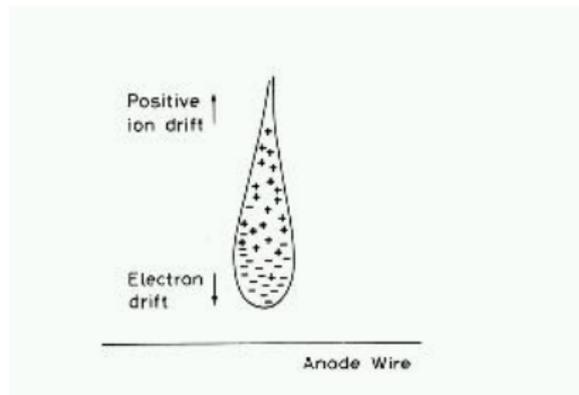
### SWPC OPERATION MODE



- ionization mode
  - full charge collection
  - no multiplication
  - gain  $\sim 1$
- proportional mode
  - multiplication of ionization
  - signal proportional to ionization
  - measurement of  $dE/dx$
  - secondary avalanches have to be quenched;
  - gain  $\sim 10^4 - 10^5$
- limited proportional mode (saturated, streamer)
  - strong photoemission
  - secondary avalanches requires strong quenchers or pulsed HV; gain  $\sim 10^{10}$
- Geiger mode
  - massive photoemission; full length of the anode wire affected;
  - discharge stopped by HV cut

## Avalanche

- La multiplication dans un détecteur à gaz a lieu lorsque l'ionisation primaire est si forte que les électrons produits vont aussi ioniser les molécules de gaz
- Les électrons secondaires peuvent ensuite aussi produire une nouvelle ionisation et ainsi de suite. On appelle cela une avalanche.
- Due à la grande mobilité des électrons, l'avalanche a la forme d'une goutte de liquide, comme donné dans la figure ci-dessous, avec les électrons dans la tête.
- Formation d'une avalanche. Étant donné que les électrons sont plus mobiles que les ions, celle-ci prend la forme d'une goutte de liquide avec les électrons dans la tête.



## Avalanche

Si  $\alpha$  est le parcours moyen d'un électron pour une ionisation secondaire, alors  $1/\alpha$  est la probabilité d'une ionisation par unité de parcours moyen. On appelle ceci le premier coefficient de Townsend. Si on a  $n$  électrons, alors dans un parcours  $dx$ , on aura

$$dn = n\alpha dx$$

électrons créés. En intégrant ce taux sur tous les électrons créés sur un parcours  $x$ , on a

$$n = n_0 \exp(\alpha x),$$

où  $n_0$  est le nombre original d'électrons. Le facteur de multiplication est alors

$$M = \frac{n}{n_0} = \exp(\alpha x).$$

On appelle ce facteur de multiplication le gain du gaz. Ce paramètre est très important pour la construction des compteurs proportionnels.

En général  $\alpha$  est fonction du champ électrique qui est une fonction de la position  $\alpha = \alpha(E(x))$  et l'intégration de  $dn = n\alpha(E(x))dx$  se fait numériquement.

# Plan-Contenu

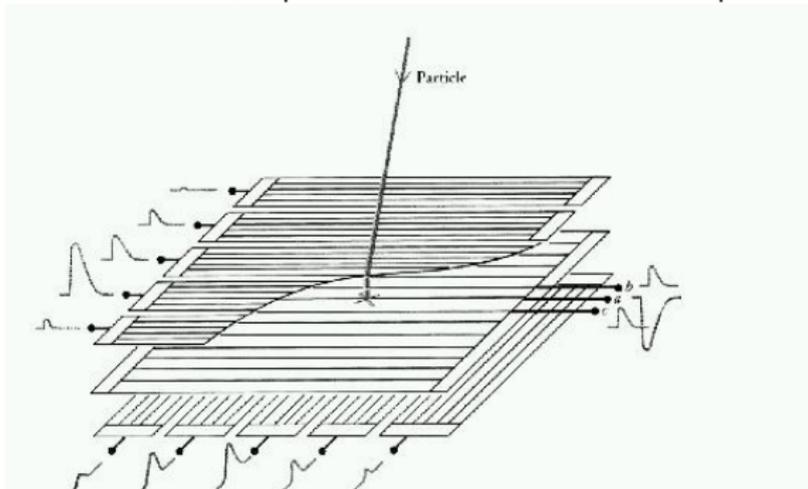
- 1 Perte d'énergie par ionisation de la matière
  - Introduction
  - Formule Bethe-Bloch-Sterheimer
  - Parcours moyen d'une particule dans la matière : R
- 2 **Chambre d'ionisation**
  - principe
  - **Exemple de détecteur à gaz**
  - Charge induite à l'anode par la collection de charge
- 3 Calorimétrie
- 4 Exercices
  - Examen : 18 janvier 2006 - durée 1h30
  - Charge induite à l'anode par la collection de charge

## Chambre à fils (construit par G. Charpak en 1969)

- Il s'agit d'un plan de fils (diamètre  $\approx 20\mu\text{m}$ ) qui sont placés en sandwich entre deux autres plans de fils, en général plus gros (diamètre  $\approx 100\mu\text{m}$ ) Les anodes sont des fils de diamètre  $d$  ( $20\mu\text{m}$ ) espacés d'une distance  $S$  ( $2\text{ mm}$ ). La cathode est composée de 2 plaques à une distance  $L$  ( $8\text{ mm}$ ) des fils d'anodes.  
la résolution  $\sigma \simeq \frac{S}{2}$
- La chambre est remplie d'un gaz noble (argon en général) à une faible pression  $10^{-3} - 10^{-1}$ .
- Une différence de potentiel existe entre les différents plans ; relativement aux plans supérieurs et inférieur, le plan médian est alternativement positif ou à terre.
- Les électrons du gaz qui sont libérés lors du passage d'une particule sont aspirés vers le fil positif le plus proche. Il y a multiplication de charge à proximité du fil et production d'une impulsion négative sur le fil, comme le montre le signal en  $a$  ; ce signal donne une coordonnée pour la trajectoire de la particule. Les ions produits par le départ des électrons produit des impulsions de signe opposé dans les fils adjacents ( $b$  et  $c$ ) et dans les fils des plans supérieurs et inférieurs. Les impulsions les plus fortes dans ces plans donnent les autres coordonnées de la trajectoire de la particule. La précision spatiale est donnée par l'espacement des fils, qui est en général de l'ordre de 1 mm.  
Figure : Un assemblage de chambre à fils. Chaque chambre contiens les fils sur les plans X et Y.

## Chambre à fils (construit par G. Charpak en 1969)

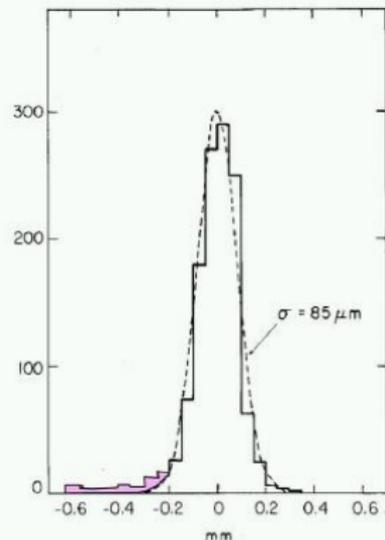
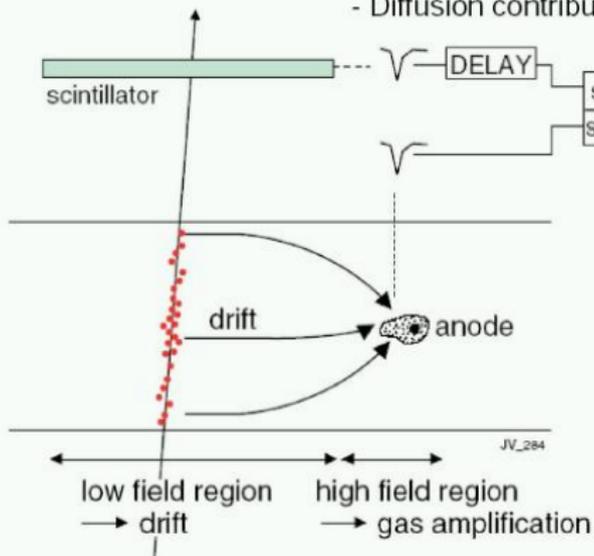
- Il s'agit d'un plan de fils (diamètre  $\approx 20\mu\text{m}$ ) qui sont placés en sandwich entre deux autres plans de fils, en général plus gros (diamètre  $\approx 100\mu\text{m}$ ) Les anodes sont des fils de diamètre  $d$  ( $20\mu\text{m}$ ) espacés d'une distance  $S$  ( $2\text{ mm}$ ). La cathode est composée de 2 plaques à une distance  $L$  ( $8\text{ mm}$ ) des fils d'anodes. la résolution  $\sigma \simeq \frac{S}{2}$
- La chambre est remplie d'un gaz noble (argon en général) à une faible pression  $10^{-3} - 10^{-1}$ .
- Une différence de potentiel existe entre les différents plans ; relativement aux plans supérieurs et inférieur, le plan médian est alternativement positif ou à terre.



# Chambre à dérive

## Drift Chamber

- Spatial information obtained by measuring time of drift of electrons
- Need a trigger (bunch crossing or scintillator).
- Drift velocity independent from E
- Diffusion contributes to Resolution



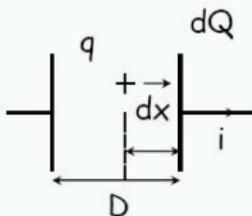
# Plan-Contenu

- 1 Perte d'énergie par ionisation de la matière
  - Introduction
  - Formule Bethe-Bloch-Sterheimer
  - Parcours moyen d'une particule dans la matière :  $R$
- 2 **Chambre d'ionisation**
  - principe
  - Exemple de détecteur à gaz
  - **Charge induite à l'anode par la collection de charge**
- 3 Calorimétrie
- 4 Exercices
  - Examen : 18 janvier 2006 - durée 1h30
  - Charge induite à l'anode par la collection de charge

## Le mouvement des charges induit le signal électrique (Ramo- 1939)

### La collection des charges

- le déplacement d'une charge  $q$  entre 2 électrodes parallèles distantes de  $D$  induit un signal sur ces électrodes  $dQ = q dx/D$
- et dans le circuit extérieur, un courant  $i = q v/D$



- c'est donc le mouvement des charges qui induit un signal plutôt que les charges collectées. (Ramo - 1939)
- Résultat valable en présence de zones de charge d'espace (Cavalleri - 1963)

## Comment calculer le courant (Ramo- 1939)

# Le signal

- Le mouvement des charges induit le signal  $i = qv/D$
- Chaque porteur de charge induit un courant :
  - $i_- = -qv_-/D$  pour les électrons
  - $i_+ = qv_+/D$  pour les trous
- Le courant total est la somme de toutes les contributions
- En pratique :
  - On exprime le champ électrique en fonction du type de détecteur  $F(x)$
  - On écrit l'équation du mouvement  $x(t)$  à partir de  $v = \mu F$
  - On calcule le courant  $i(t)$  à partir de Ramo
  - Puis la charge  $Q(t)$
  - On évalue le temps total de collection

## Cas d'école : mouvement d'une charge dans un condensateur plan

Considérons deux plaques métalliques, de surface  $S$ , séparées d'une distance  $L$ , et branchées à un générateur de tension continue  $V_0$ .

- le travail  $dw_e$  de l'électron dans le champ électrique  $\vec{E}_0$  entre les deux plaques métalliques est :

$$dw_e = -q\vec{E}_0 \cdot d\vec{x}_e = -qE_0 dx_e = V_0 i_e dt = V_0 dQ_e \quad (5)$$



$$dQ_e = -q \frac{E_0}{V_0} dx_e = -q \frac{dx_e}{L} \quad i_e = -q \frac{E_0}{V_0} \frac{dx_e}{dt} = \frac{-q}{L} \frac{dx_e}{dt} = \frac{-q}{L} v_e \quad (6)$$

- L'électron créé en  $x = x_0$  parcourt la distance  $L - x_0$  pour aller sur l'anode, la charge collectée sur l'anode est donc :

$$Q_e = \int_{x_0}^L -q \frac{dx_e}{L} = -q \frac{L-x_0}{L} \quad (7)$$

- L'ion positif créé en  $x = x_0$  parcourt la distance  $x_0$  pour aller sur la cathode, la charge collectée sur l'anode est donc :

$$Q_h = \int_0^{x_0} q \frac{dx_h}{L} = q \frac{x_0}{L} \quad (8)$$

## Calorimétrie

La figure A ci-dessous montre le développement d'une gerbe électromagnétique lorsqu'un électron d'énergie  $E$  supérieure à l'énergie critique  $E_c$  pénètre dans du plomb dont la longueur de radiation est noté  $X_0$ .

- 1 Connaissez vous un modèle physique qui décrit le développement de la gerbe électromagnétique ? Décrivez le qualitativement. Quelles sont les interactions qui y interviennent ?
- 2 Donner le nombre  $t_{max}$  de longueur de radiation qui correspond à la longueur totale de la gerbe ainsi que le nombre total  $N_{max}$  de particules dans la gerbe en fonction des données.
- 3 Quelle est l'énergie maximale  $E_{max}$  permise pour un électron si on veut que sa gerbe soit entièrement comprise dans  $L_{10} = 10$  cm de plomb. On prendra  $E_c \sim 800 \text{ MeV} / (Z_{\text{matériau}} + 1.2)$  et  $X_0(^{207}\text{Pb}) \sim 0.56$  cm.
- 4 Dans la figure B ci-dessous, pouvez vous expliquer l'allure des courbes de résolution en énergie  $(\sigma(E)/E$  en fonction de  $E^{-1/2}$ ) pour 3 configurations données du calorimètre de l'expérience OPAL du LEP au CERN.

## Calorimétrie

La figure A ci-dessous montre le développement d'une gerbe électromagnétique lorsqu'un électron d'énergie  $E$  supérieure à l'énergie critique  $E_c$  pénètre dans du plomb dont la longueur de radiation est noté  $X_0$ .

- 1 Connaissez vous un modèle physique qui décrit le développement de la gerbe électromagnétique ? Décrivez le qualitativement. Quelles sont les interactions qui y interviennent ? **Rep :**  
**Sur une longueur de radiation on fait l'hypothèse d'une interaction par particule présente, soit du bremsstrahlung pour l'électron et de la création de paire pour le photo (voir cours).**
- 2 Donner le nombre  $t_{max}$  de longueur de radiation qui correspond à la longueur totale de la gerbe ainsi que le nombre total  $N_{max}$  de particules dans la gerbe en fonction des données.
- 3 Quelle est l'énergie maximale  $E_{max}$  permise pour un électron si on veut que sa gerbe soit entièrement comprise dans  $L_{10} = 10$  cm de plomb. On prendra  $E_c \sim 800 \text{ MeV} / (Z_{\text{matériau}} + 1.2)$  et  $X_0(^{207}_{82}\text{Pb}) \sim 0.56 \text{ cm}$ .
- 4 Dans la figure B ci-dessous, pouvez vous expliquer l'allure des courbes de résolution en énergie ( $\sigma(E)/E$  en fonction de  $E^{-1/2}$ ) pour 3 configurations données du calorimètre de l'expérience OPAL du LEP au CERN.

## Calorimétrie

La figure A ci-dessous montre le développement d'une gerbe électromagnétique lorsqu'un électron d'énergie  $E$  supérieure à l'énergie critique  $E_c$  pénètre dans du plomb dont la longueur de radiation est noté  $X_0$ .

- 1 Connaissez vous un modèle physique qui décrit le développement de la gerbe électromagnétique ? Décrivez le qualitativement. Quelles sont les interactions qui y interviennent ? **Rep :**

Sur une longueur de radiation on fait l'hypothèse d'une interaction par particule présente, soit du bremsstrahlung pour l'électron et de la création de paire pour le photo (voir cours).

- 2 Donner le nombre  $t_{max}$  de longueur de radiation qui correspond à la longueur totale de la gerbe ainsi que le nombre total  $N_{max}$  de particules dans la gerbe en fonction des données. **Rep :**  
L'énergie d'une particule  $E(t)$  et leur nombre  $N(t)$  dans la tranche numérotée  $t$  valent :

$$E(t) = \frac{E}{2^t} \text{ et } N(t) = 2^t$$

Dans la dernière tranche  $t = t_{max}$  l'énergie d'une particule de cette tranche est égale à l'énergie critique, on a

$$E(t_{max}) = E_{(minimum)} = E_c = \frac{E}{2^{t_{max}}} \Rightarrow t_{max} = \frac{\ln \frac{E}{E_c}}{\ln 2} \text{ et } N_{max} = 2^{t_{max}} = \frac{E}{E_c}$$

## Calorimétrie

La figure A ci-dessous montre le développement d'une gerbe électromagnétique lorsqu'un électron d'énergie  $E$  supérieure à l'énergie critique  $E_c$  pénètre dans du plomb dont la longueur de radiation est noté  $X_0$ .

- 1 Connaissez vous un modèle physique qui décrit le développement de la gerbe électromagnétique ? Décrivez le qualitativement. Quelles sont les interactions qui y interviennent ?
- 2 Donner le nombre  $t_{max}$  de longueur de radiation qui correspond à la longueur totale de la gerbe ainsi que le nombre total  $N_{max}$  de particules dans la gerbe en fonction des données.
- 3 Quelle est l'énergie maximale  $E_{max}$  permise pour un électron si on veut que sa gerbe soit entièrement comprise dans  $L_{10} = 10$  cm de plomb. On prendra  $E_c \sim 800 \text{ MeV}/(Z_{\text{matériau}} + 1.2)$  et  $X_0(^{207}\text{Pb}) \sim 0.56$  cm. **Rep :**  
Soit  $L$  la longueur de la gerbe, on a :

$$L = t_{max} X_0 = X_0 \frac{\ln \frac{E}{E_c}}{\ln 2} < L_{10} \Rightarrow E < E_{max} = 2 \frac{L_{10}}{X_0} E_c = 2 \frac{L_{10}}{X_0} \frac{800 \text{ MeV}}{Z_{\text{matériau}} + 1.2} \simeq 2,2 \text{ TeV}$$

Nombre maximale de longueur de radiation permit :  $\frac{L_{10}}{X_0} = \frac{10}{0,56} \simeq 17,8$

Energie critique  $E_c = \frac{800}{Z_{\text{matériau}} + 1.2} \text{ MeV} = \frac{800}{82 + 1.2} \simeq 9,6 \text{ MeV}$

- 4 Dans la figure B ci-dessous, pouvez vous expliquer l'allure des courbes de résolution en énergie ( $\sigma(E)/E$  en fonction de  $E^{-1/2}$ ) pour 3 configurations données du calorimètre de l'expérience.

## Calorimétrie

La figure A ci-dessous montre le développement d'une gerbe électromagnétique lorsqu'un électron d'énergie  $E$  supérieure à l'énergie critique  $E_c$  pénètre dans du plomb dont la longueur de radiation est noté  $X_0$ .

- 1 Connaissez vous un modèle physique qui décrit le développement de la gerbe électromagnétique ? Décrivez le qualitativement. Quelles sont les interactions qui y interviennent ?
- 2 Donner le nombre  $t_{max}$  de longueur de radiation qui correspond à la longueur totale de la gerbe ainsi que le nombre total  $N_{max}$  de particules dans la gerbe en fonction des données.
- 3 Quelle est l'énergie maximale  $E_{max}$  permise pour un électron si on veut que sa gerbe soit entièrement comprise dans  $L_{10} = 10$  cm de plomb. On prendra  $E_c \sim 800 \text{ MeV} / (Z_{\text{matériau}} + 1.2)$  et  $X_0(^{207}_{82}\text{Pb}) \sim 0.56 \text{ cm}$ .
- 4 Dans la figure B ci-dessous, pouvez vous expliquer l'allure des courbes de résolution en énergie ( $\sigma(E)/E$  en fonction de  $E^{-1/2}$ ) pour 3 configurations données du calorimètre de l'expérience OPAL du LEP au CERN. **Rep : on a :**

$$E = E_c N_{max} \Rightarrow \sigma_E = E_c \sigma_{N_{max}} = E_c \sqrt{N_{max}} = E_c \sqrt{\frac{E}{E_c}} = \sqrt{EE_c} \Rightarrow \frac{\sigma_E}{E} = \frac{\sqrt{E_c}}{\sqrt{E}} = \frac{cst}{\sqrt{E}}$$

Sur la figure on a :  $\frac{\sigma_E}{E} = \alpha + \frac{\beta}{\sqrt{E}}$  donc le modèle n'explique que la dépendance en  $1/\sqrt{E}$ .

# Plan-Contenu

- 1 Perte d'énergie par ionisation de la matière
  - Introduction
  - Formule Bethe-Bloch-Sterheimer
  - Parcours moyen d'une particule dans la matière : R
- 2 Chambre d'ionisation
  - principe
  - Exemple de détecteur à gaz
  - Charge induite à l'anode par la collection de charge
- 3 Calorimétrie
- 4 Exercices
  - Examen : 18 janvier 2006 - durée 1h30
  - Charge induite à l'anode par la collection de charge

## Perte d'énergie dans la matière [30 minutes]

- 1 Décrire en quelques lignes la perte d'énergie des particules chargées dans la matière.
- 2 La figure ci-dessous montre l'énergie déposée, en keV/cm, par des particules en fonction de leur impulsion exprimée GeV/c. Les données sont représentées par des points et les courbes sont ajustées sur les données.
  - 1 Expliquer la position des courbes les unes par rapport aux autres pour les courbes des muons ( $\mu$ ), des pions ( $\pi$ ), des kaons (K) et des protons (p) dans la région en  $1/\beta^2$  ( $\beta$  est la vitesse des particules exprimée en unité c). On rappelle que  $m_\mu \sim 106 \text{ MeV}/c^2$ ,  $m_\pi \sim 140 \text{ MeV}/c^2$ ,  $m_K \sim 0,5 \text{ GeV}/c^2$ ,  $m_p \sim 1 \text{ GeV}/c^2$ .
  - 2 Sur la figure ci-dessous, est-ce normal que l'allure de la courbe du dépôt d'énergie pour un électron soit différente de toutes les autres ?
  - 3 Donner approximativement, d'après la figure ci-dessous, l'impulsion et l'énergie déposée par un  $\mu$  au minimum d'ionisation.
  - 4 L'impulsion du muon au minimum d'ionisation, trouvée ci-dessus, est-elle compatible avec l'adage suivant : au minimum d'ionisation on a  $\beta\gamma \sim 4$  où est  $\gamma$  la poussée de Lorentz.
  - 5 L'ordre de grandeur de l'énergie déposée par une particule au minimum d'ionisation est de 1 à 2 MeV/(g/cm<sup>2</sup>). En déduire l'ordre de grandeur de la densité du gaz  $\rho$ , dans lequel le muon interagit.
  - 6 Estimer une distance, au bout de laquelle on est sûr que le muon au minimum d'ionisation s'est arrêté.

## Perte d'énergie dans la matière [30 minutes]

- 1 Décrire en quelques lignes la perte d'énergie des particules chargées dans la matière. **Rep :**  
base énergie : ionisation (voir cours)

$$-\frac{dE}{dx} \propto \frac{1}{\beta^2} \left( \ln(\text{cst} * \beta) - \beta^2 \right)$$

On voit la remontée relativiste et on devine le plateau relativiste  
haute énergie : bremstrahlung (voir cours)

- 2 La figure ci-dessous montre l'énergie déposée, en keV/cm, par des particules en fonction de leur impulsion exprimée GeV/c. Les données sont représentées par des points et les courbes sont ajustées sur les données.
- 1 Expliquer la position des courbes les unes par rapport aux autres pour les courbes des muons ( $\mu$ ), des pions ( $\pi$ ), des kaons (K) et des protons (p) dans la région en  $1/\beta^2$  ( $\beta$  est la vitesse des particules exprimée en unité c). On rappelle que  $m_\mu \sim 106 \text{ MeV}/c^2$ ,  $m_\pi \sim 140 \text{ MeV}/c^2$ ,  $m_K \sim 0,5 \text{ GeV}/c^2$ ,  $m_p \sim 1 \text{ GeV}/c^2$ .
  - 2 Sur la figure ci-dessous, est-ce normal que l'allure de la courbe du dépôt d'énergie pour un électron soit différente de toutes les autres ?
  - 3 Donner approximativement, d'après la figure ci-dessous, l'impulsion et l'énergie déposée par un  $\mu$  au minimum d'ionisation.
  - 4 L'impulsion du muon au minimum d'ionisation, trouvée ci-dessus, est-elle compatible avec l'adage suivant : au minimum d'ionisation on a  $\beta\gamma \sim 4$  où est  $\gamma$  la poussée de Lorentz.
  - 5 L'ordre de grandeur de l'énergie déposée par une particule au minimum d'ionisation est de 1 à 2 MeV/(g/cm<sup>2</sup>). En déduire l'ordre de grandeur de la densité du gaz  $\rho$ , dans lequel le muon interagit.

## Perte d'énergie dans la matière [30 minutes]

- 1 Décrire en quelques lignes la perte d'énergie des particules chargées dans la matière. **Rep :**  
base énergie : ionisation (voir cours)

$$-\frac{dE}{dx} \propto \frac{1}{\beta^2} \left( \ln(\text{cst} * \beta) - \beta^2 \right)$$

On voit la remontée relativiste et on devine le plateau relativiste  
haute énergie : bremstralung (voir cours)

- 2 La figure ci-dessous montre l'énergie déposée, en keV/cm, par des particules en fonction de leur impulsion exprimée GeV/c. Les données sont représentées par des points et les courbes sont ajustées sur les données.

- 1 Expliquer la position des courbes les unes par rapport aux autres pour les courbes des muons ( $\mu$ ), des pions ( $\pi$ ), des kaons (K) et des protons (p) dans la région en  $1/\beta^2$  ( $\beta$  est la vitesse des particules exprimée en unité c). On rappelle que  $m_\mu \sim 106 \text{ MeV}/c^2$ ,  $m_\pi \sim 140 \text{ MeV}/c^2$ ,  $m_K \sim 0,5 \text{ GeV}/c^2$ ,  $m_p \sim 1 \text{ GeV}/c^2$ . **Rep :**

$$-\frac{dE}{dx} \propto \frac{1}{\beta^2} \propto \frac{m^2}{m^2 \beta^2} \propto \frac{m^2}{p^2} \propto \frac{m^2}{T_c} \text{ donc si } m_1 < m_2 \Rightarrow \left( -\frac{dE}{dx} \right)_1 < \left( -\frac{dE}{dx} \right)_2 \Rightarrow \text{ordre } \mu, \pi, K, p, D$$

- 2 Sur la figure ci-dessous, est-ce normal que l'allure de la courbe du dépôt d'énergie pour un électron soit différente de toutes les autres ?
- 3 Donner approximativement, d'après la figure ci-dessous, l'impulsion et l'énergie déposée par un  $\mu$  au minimum d'ionisation.

## Perte d'énergie dans la matière [30 minutes]

- 1 Décrire en quelques lignes la perte d'énergie des particules chargées dans la matière.
- 2 La figure ci-dessous montre l'énergie déposée, en keV/cm, par des particules en fonction de leur impulsion exprimée GeV/c. Les données sont représentées par des points et les courbes sont ajustées sur les données.

- 1 Expliquer la position des courbes les unes par rapport aux autres pour les courbes des muons ( $\mu$ ), des pions ( $\pi$ ), des kaons (K) et des protons (p) dans la région en  $1/\beta^2$  ( $\beta$  est la vitesse des particules exprimée en unité c). On rappelle que  $m_\mu \sim 106 \text{ MeV}/c^2$ ,  $m_\pi \sim 140 \text{ MeV}/c^2$ ,  $m_K \sim 0,5 \text{ GeV}/c^2$ ,  $m_p \sim 1 \text{ GeV}/c^2$ . **Rep :**

$$-\frac{dE}{dx} \propto \frac{1}{\beta^2} \propto \frac{m^2}{m^2\beta^2} \propto \frac{m^2}{p^2} \propto \frac{m^2}{T_c} \text{ donc si } m_1 < m_2 \Rightarrow \left(-\frac{dE}{dx}\right)_1 < \left(-\frac{dE}{dx}\right)_2 \Rightarrow \text{ordre } \mu, \pi, K, p, D$$

- 2 Sur la figure ci-dessous, est-ce normal que l'allure de la courbe du dépôt d'énergie pour un électron soit différente de toutes les autres ? **Rep : Pour les énergies de la figures supérieures à 0,5 GeV, l'électron est relativiste et on ait pour ces particules sur le plateaux relativiste.**
- 3 Donner approximativement, d'après la figure ci-dessous, l'impulsion et l'énergie déposée par un  $\mu$  au minimum d'ionisation.
- 4 L'impulsion du muon au minimum d'ionisation, trouvée ci-dessus, est-elle compatible avec l'adage suivant : au minimum d'ionisation on a  $\beta\gamma \sim 4$  où est  $\gamma$  la poussée de Lorentz.
- 5 L'ordre de grandeur de l'énergie déposée par une particule au minimum d'ionisation est de 1 à 2 MeV/(g/cm<sup>2</sup>). En déduire l'ordre de grandeur de la densité du gaz  $\rho$ , dans lequel le muon interagit.
- 6 Estimer une distance, au bout de laquelle on est sûr que le muon au minimum d'ionisation s'est arrêté.

## Perte d'énergie dans la matière [30 minutes]

- 1 Décrire en quelques lignes la perte d'énergie des particules chargées dans la matière.
- 2 La figure ci-dessous montre l'énergie déposée, en keV/cm, par des particules en fonction de leur impulsion exprimée GeV/c. Les données sont représentées par des points et les courbes sont ajustées sur les données.
  - 1 Expliquer la position des courbes les unes par rapport aux autres pour les courbes des muons ( $\mu$ ), des pions ( $\pi$ ), des kaons (K) et des protons (p) dans la région en  $1/\beta^2$  ( $\beta$  est la vitesse des particules exprimée en unité c). On rappelle que  $m_\mu \sim 106 \text{ MeV}/c^2$ ,  $m_\pi \sim 140 \text{ MeV}/c^2$ ,  $m_K \sim 0,5 \text{ GeV}/c^2$ ,  $m_p \sim 1 \text{ GeV}/c^2$ .
  - 2 Sur la figure ci-dessous, est-ce normal que l'allure de la courbe du dépôt d'énergie pour un électron soit différente de toutes les autres? **Rep : Pour les énergies de la figures supérieures à 0,5 GeV, l'électron est relativiste et on ait pour ces particules sur le plateaux relativiste.**
  - 3 Donner approximativement, d'après la figure ci-dessous, l'impulsion et l'énergie déposée par un  $\mu$  au minimum d'ionisation. **Rep :**

$$p_\mu \simeq 0,3 \text{ GeV}/c \quad \left( -\frac{dE}{dx} \right)_\mu \simeq 12 \text{ keV}/\text{cm}$$

- 4 L'impulsion du muon au minimum d'ionisation, trouvée ci-dessus, est-elle compatible avec l'adage suivant : au minimum d'ionisation on a  $\beta\gamma \sim 4$  où est  $\gamma$  la poussée de Lorentz.
- 5 L'ordre de grandeur de l'énergie déposée par une particule au minimum d'ionisation est de 1 à 2 MeV/(g/cm<sup>2</sup>). En déduire l'ordre de grandeur de la densité du gaz  $\rho$ , dans lequel le muon interagit.
- 6 Estimer une distance, au bout de laquelle on est sûr que le muon au minimum d'ionisation s'est arrêté.

## Perte d'énergie dans la matière [30 minutes]

- 1 Décrire en quelques lignes la perte d'énergie des particules chargées dans la matière.
- 2 La figure ci-dessous montre l'énergie déposée, en keV/cm, par des particules en fonction de leur impulsion exprimée GeV/c. Les données sont représentées par des points et les courbes sont ajustées sur les données.

- 1 Expliquer la position des courbes les unes par rapport aux autres pour les courbes des muons ( $\mu$ ), des pions ( $\pi$ ), des kaons (K) et des protons (p) dans la région en  $1/\beta^2$  ( $\beta$  est la vitesse des particules exprimée en unité c). On rappelle que  $m_\mu \sim 106 \text{ MeV}/c^2$ ,  $m_\pi \sim 140 \text{ MeV}/c^2$ ,  $m_K \sim 0,5 \text{ GeV}/c^2$ ,  $m_p \sim 1 \text{ GeV}/c^2$ .
- 2 Sur la figure ci-dessous, est-ce normal que l'allure de la courbe du dépôt d'énergie pour un électron soit différente de toutes les autres ?
- 3 Donner approximativement, d'après la figure ci-dessous, l'impulsion et l'énergie déposée par un  $\mu$  au minimum d'ionisation. **Rep :**

$$p_\mu \simeq 0,3 \text{ GeV}/c \quad \left( -\frac{dE}{dx} \right)_\mu \simeq 12 \text{ keV}/\text{cm}$$

- 4 L'impulsion du muon au minimum d'ionisation, trouvée ci-dessus, est-elle compatible avec l'adage suivant : au minimum d'ionisation on a  $\beta\gamma \sim 4$  où est  $\gamma$  la poussée de Lorentz.

**Rep :**

$$\beta\gamma = \frac{p_\mu}{m_\mu c} \simeq 4 \Rightarrow p_\mu \simeq 4m_\mu c \simeq 4 * 0,106 \text{ GeV}/c \simeq 0,4 \text{ GeV}/c \text{ compatible avec la valeur expérimentale}$$

- 5 L'ordre de grandeur de l'énergie déposée par une particule au minimum d'ionisation est de 1 à 2 MeV/(g/cm<sup>2</sup>). En déduire l'ordre de grandeur de la densité du gaz  $\rho$  dans lequel le muon interagit

## Perte d'énergie dans la matière [30 minutes]

- 1 Décrire en quelques lignes la perte d'énergie des particules chargées dans la matière.
- 2 La figure ci-dessous montre l'énergie déposée, en keV/cm, par des particules en fonction de leur impulsion exprimée GeV/c. Les données sont représentées par des points et les courbes sont ajustées sur les données.
  - 1 Expliquer la position des courbes les unes par rapport aux autres pour les courbes des muons ( $\mu$ ), des pions ( $\pi$ ), des kaons (K) et des protons (p) dans la région en  $1/\beta^2$  ( $\beta$  est la vitesse des particules exprimée en unité c). On rappelle que  $m_\mu \sim 106 \text{ MeV}/c^2$ ,  $m_\pi \sim 140 \text{ MeV}/c^2$ ,  $m_K \sim 0,5 \text{ GeV}/c^2$ ,  $m_p \sim 1 \text{ GeV}/c^2$ .
  - 2 Sur la figure ci-dessous, est-ce normal que l'allure de la courbe du dépôt d'énergie pour un électron soit différente de toutes les autres ?
  - 3 Donner approximativement, d'après la figure ci-dessous, l'impulsion et l'énergie déposée par un  $\mu$  au minimum d'ionisation.
  - 4 L'impulsion du muon au minimum d'ionisation, trouvée ci-dessus, est-elle compatible avec l'adage suivant : au minimum d'ionisation on a  $\beta\gamma \sim 4$  où est  $\gamma$  la poussée de Lorentz.
  - 5 L'ordre de grandeur de l'énergie déposée par une particule au minimum d'ionisation est de 1 à 2 MeV/(g/cm<sup>2</sup>). En déduire l'ordre de grandeur de la densité du gaz  $\rho$ , dans lequel le muon interagit.

Rep :

$$\left( -\frac{dE}{d(\rho x)} \right)_\mu \sim 1 - 2 \text{ MeV}/(\text{g}/\text{cm}^2) \Rightarrow \rho \sim \frac{\left( -\frac{dE}{dx} \right)_\mu [\text{MeV}/\text{cm}]}{1 - 2[\text{MeV}/(\text{g}/\text{cm}^2)]} \sim \frac{0,012}{1 - 2} \sim 0,006 - 0,012 \text{ g}/\text{cm}^3$$

- 6 Estimer une distance, au bout de laquelle on est sûr que le muon au minimum d'ionisation s'est arrêté.

## Perte d'énergie dans la matière [30 minutes]

- 1 Décrire en quelques lignes la perte d'énergie des particules chargées dans la matière.
- 2 La figure ci-dessous montre l'énergie déposée, en keV/cm, par des particules en fonction de leur impulsion exprimée GeV/c. Les données sont représentées par des points et les courbes sont ajustées sur les données.
  - 1 Expliquer la position des courbes les unes par rapport aux autres pour les courbes des muons ( $\mu$ ), des pions ( $\pi$ ), des kaons (K) et des protons (p) dans la région en  $1/\beta^2$  ( $\beta$  est la vitesse des particules exprimée en unité c). On rappelle que  $m_\mu \sim 106 \text{ MeV}/c^2$ ,  $m_\pi \sim 140 \text{ MeV}/c^2$ ,  $m_K \sim 0,5 \text{ GeV}/c^2$ ,  $m_p \sim 1 \text{ GeV}/c^2$ .
  - 2 Sur la figure ci-dessous, est-ce normal que l'allure de la courbe du dépôt d'énergie pour un électron soit différente de toutes les autres ?
  - 3 Donner approximativement, d'après la figure ci-dessous, l'impulsion et l'énergie déposée par un  $\mu$  au minimum d'ionisation.
  - 4 L'impulsion du muon au minimum d'ionisation, trouvée ci-dessous, est-elle compatible avec l'adage suivant : au minimum d'ionisation on a  $\beta\gamma \sim 4$  où est  $\gamma$  la poussée de Lorentz.
  - 5 L'ordre de grandeur de l'énergie déposée par une particule au minimum d'ionisation est de 1 à 2 MeV/(g/cm<sup>2</sup>). En déduire l'ordre de grandeur de la densité du gaz  $\rho$ , dans lequel le muon interagit.
  - 6 Estimer une distance, au bout de laquelle on est sûr que le muon au minimum d'ionisation s'est arrêté.

Rep :

$$R = [dx]_0^R = \int_E^{mc^2} \frac{dE}{\frac{dE}{dx}} = \int_0^{T_c} \frac{dE}{-\left(\frac{dE}{dx}\right)} < \int_0^{T_c} \frac{dE}{-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\min}} = \frac{1}{-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\min}} \int_0^{T_c} dE = \frac{T_c}{-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\min}}$$

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4} = T_c + mc^2 \simeq pc \simeq T_c \text{ car } \beta\gamma \geq 4 \Rightarrow R < \frac{0,3 \cdot 10^6 [\text{keV}]}{12 [\text{keV}/\text{cm}]} \simeq 250 \text{ m}$$

## Mesure de l'impulsion d'un muon [20 minutes]

Un muon d'impulsion  $p$  se propage dans un plan perpendiculaire à un champ magnétique  $B$ . Un détecteur mesure les coordonnées de 3 points équidistants sur sa trajectoire avec la résolution  $\sigma_0$ . La longueur de sa trajectoire entre le premier et le dernier point de mesure est  $L$ .

- 1 Quelle est la trajectoire de ce muon ? Donner la relation entre l'impulsion  $p$ , le champ magnétique  $B$ , la longueur  $L$  et la flèche  $\delta$ . On rappelle la relation entre le rayon de courbure  $\rho$  et la flèche :  $\rho \sim L^2/(8\delta)$
- 2 Déterminer  $\sigma(p)/p^2$ , ou  $\sigma(p)$  est l'erreur absolue sur l'impulsion.
- 3 On peut montrer, dans le cas du muon, que si on espace uniformément les  $N$  points de mesures de la trajectoire, après ajustement de celle-ci, l'erreur absolue sur l'impulsion  $p$  est

$\sigma(p) = p^2 A_N / (0,3L^2 B) \sigma_0$  ou  $A_N = \sqrt{\frac{720(N-1)^3}{(N-2)N(N+1)(N+2)}} \sim \sqrt{\frac{720}{N+4}}$  ( Si  $N \geq 10$ ). Votre résultat est-t-il en accord ?

- 4 La technologie actuelle (voir l'expérience LHC au CERN) permet de fabriquer des champs magnétiques de 1 Tesla sur des distances de 3 mètres. Quelle doit être la résolution  $\sigma_0$ , avec 3 points de mesures sur la trajectoire, si on veut obtenir l'impulsion d'un muon de 1 TeV/C avec une erreur relative de 10 %.

## Mesure de l'impulsion d'un muon [20 minutes]

Un muon d'impulsion  $p$  se propage dans un plan perpendiculaire à un champ magnétique  $B$ . Un détecteur mesure les coordonnées de 3 points équidistants sur sa trajectoire avec la résolution  $\sigma_0$ . La longueur de sa trajectoire entre le premier et le dernier point de mesure est  $L$ .

- ① Quelle est la trajectoire de ce muon ? Donner la relation entre l'impulsion  $p$ , le champ magnétique  $B$ , la longueur  $L$  et la flèche  $\delta$ . On rappelle la relation entre le rayon de courbure  $\rho$  et la flèche :  $\rho \sim L^2/(8\delta)$  **Rep : La trajectoire de ce muon est un cercle :**

$$p = 0,3B\rho \quad [p] = \text{GeV}, [B] = \text{Tesla}, [\rho] = \text{mètre} \quad \rho \simeq \frac{L^2}{8\delta} \Rightarrow p \simeq \frac{0,3BL^2}{8\delta} \quad (L \gg \delta)$$

- ② Déterminer  $\sigma(p)/p^2$ , ou  $\sigma(p)$  est l'erreur absolue sur l'impulsion.
- ③ On peut montrer, dans le cas du muon, que si on espace uniformément les  $N$  points de mesures de la trajectoire, après ajustement de celle-ci, l'erreur absolue sur l'impulsion  $p$  est

$$\sigma(p) = p^2 A_N / (0,3L^2 B) \sigma_0 \quad \text{ou} \quad A_N = \sqrt{\frac{720(N-1)^3}{(N-2)N(N+1)(N+2)}} \sim \sqrt{\frac{720}{N+4}} \quad (\text{Si } N \geq 10). \quad \text{Votre résultat est-t-il en accord ?}$$

- ④ La technologie actuelle (voir l'expérience LHC au CERN) permet de fabriquer des champs magnétiques de 1 Tesla sur des distances de 3 mètres. Quelle doit être la résolution  $\sigma_0$ , avec 3 points de mesures sur la trajectoire, si on veut obtenir l'impulsion d'un muon de 1 TeV/C avec une erreur relative de 10 %.

## Mesure de l'impulsion d'un muon [20 minutes]

Un muon d'impulsion  $p$  se propage dans un plan perpendiculaire à un champ magnétique  $B$ . Un détecteur mesure les coordonnées de 3 points équidistants sur sa trajectoire avec la résolution  $\sigma_0$ . La longueur de sa trajectoire entre le premier et le dernier point de mesure est  $L$ .

- 1 Quelle est la trajectoire de ce muon ? Donner la relation entre l'impulsion  $p$ , le champ magnétique  $B$ , la longueur  $L$  et la flèche  $\delta$ . On rappelle la relation entre le rayon de courbure  $\rho$  et la flèche :  $\rho \sim L^2/(8\delta)$  **Rep : La trajectoire de ce muon est un cercle :**

$$p = 0,3BL\rho \quad [p] = \text{GeV}, [B] = \text{Tesla}, [\rho] = \text{mètre} \quad \rho \simeq \frac{L^2}{8\delta} \Rightarrow p \simeq \frac{0,3BL^2}{8\delta} \quad (L \gg \delta)$$

- 2 Déterminer  $\sigma(p)/p^2$ , ou  $\sigma(p)$  est l'erreur absolue sur l'impulsion. **Rep : On utilise la formule de propagation statistique des erreurs :**

$$\sigma_p^2 = \left(\frac{0,3BL}{4\delta}\right)^2 \sigma_L^2 + \left(\frac{0,3BL^2}{8\delta^2}\right)^2 \sigma_\delta^2, \quad \frac{\sigma_p^2}{p^2} = 4\frac{\sigma_L^2}{L^2} + \frac{\sigma_\delta^2}{\delta^2} \simeq \frac{\sigma_\delta^2}{\delta^2} \quad (\sigma_L \simeq \sigma_\delta, L \gg \delta)$$

$$\frac{\sigma_p}{p} \simeq \frac{\sigma_\delta}{\delta}, \quad \sigma_p \simeq \frac{8p^2}{0,3BL^2} \sigma_\delta, \quad \delta = y_2 - \frac{y_1 + y_3}{2} \Rightarrow \sigma_\delta^2 = \sigma_0^2 + \frac{1}{4}\sigma_0^2 + \frac{1}{4}\sigma_0^2 = \frac{3}{2}\sigma_0^2$$

$$\frac{\sigma_p}{p^2} = \sigma_{\frac{1}{p}} \simeq \frac{8}{0,3BL^2} \sqrt{\frac{3}{2}} \sigma_0$$

## Mesure de l'impulsion d'un muon [20 minutes]

Un muon d'impulsion  $p$  se propage dans un plan perpendiculaire à un champ magnétique  $B$ . Un détecteur mesure les coordonnées de 3 points équidistants sur sa trajectoire avec la résolution  $\sigma_0$ . La longueur de sa trajectoire entre le premier et le dernier point de mesure est  $L$ .

- Quelle est la trajectoire de ce muon ? Donner la relation entre l'impulsion  $p$ , le champ magnétique  $B$ , la longueur  $L$  et la flèche  $\delta$ . On rappelle la relation entre le rayon de courbure  $\rho$  et la flèche :  $\rho \sim L^2/(8\delta)$
- Déterminer  $\sigma(p)/p^2$ , ou  $\sigma(p)$  est l'erreur absolue sur l'impulsion.

$$\frac{\sigma_p}{p^2} = \sigma_{\frac{1}{p}} \simeq \frac{8}{0,3BL^2} \sqrt{\frac{3}{2}} \sigma_0$$

- On peut montrer, dans le cas du muon, que si on espace uniformément les  $N$  points de mesures de la trajectoire, après ajustement de celle-ci, l'erreur absolue sur l'impulsion  $p$  est

$\sigma(p) = p^2 A_N / (0,3L^2 B) \sigma_0$  ou  $A_N = \sqrt{\frac{720(N-1)^3}{(N-2)N(N+1)(N+2)}} \sim \sqrt{\frac{720}{N+4}}$  ( Si  $N \geq 10$ ). Votre résultat est-il en accord ? **Rep :**

$$A_3 = \sqrt{\frac{720 * 2^3}{1 * 3 * 4 * 5}} = 8\sqrt{\frac{3}{2}} \Rightarrow \sigma(p) = \frac{p^2}{0,3L^2 B} 8\sqrt{\frac{3}{2}} \sigma_0$$

## Mesure de l'impulsion d'un muon [20 minutes]

Un muon d'impulsion  $p$  se propage dans un plan perpendiculaire à un champ magnétique  $B$ . Un détecteur mesure les coordonnées de 3 points équidistants sur sa trajectoire avec la résolution  $\sigma_0$ . La longueur de sa trajectoire entre le premier et le dernier point de mesure est  $L$ .

- 1 Quelle est la trajectoire de ce muon ? Donner la relation entre l'impulsion  $p$ , le champ magnétique  $B$ , la longueur  $L$  et la flèche  $\delta$ . On rappelle la relation entre le rayon de courbure  $\rho$  et la flèche :  $\rho \sim L^2/(8\delta)$
- 2 Déterminer  $\sigma(p)/p^2$ , ou  $\sigma(p)$  est l'erreur absolue sur l'impulsion.
- 3 On peut montrer, dans le cas du muon, que si on espace uniformément les  $N$  points de mesures de la trajectoire, après ajustement de celle-ci, l'erreur absolue sur l'impulsion  $p$  est

$\sigma(p) = p^2 A_N / (0,3 L^2 B) \sigma_0$  ou  $A_N = \sqrt{\frac{720(N-1)^3}{(N-2)N(N+1)(N+2)}} \sim \sqrt{\frac{720}{N+4}}$  ( Si  $N \geq 10$ ). Votre résultat est-t-il en accord ?

- 4 La technologie actuelle (voir l'expérience LHC au CERN) permet de fabriquer des champs magnétiques de 1 Tesla sur des distances de 3 mètres. Quelle doit être la résolution  $\sigma_0$ , avec 3 points de mesures sur la trajectoire, si on veut obtenir l'impulsion d'un muon de 1 TeV/C avec une erreur relative de 10 %. **Rep :**

$$\sigma_0 = \frac{2}{3} \frac{0,3 L^2 B}{8 p} \frac{\sigma(p)}{p} = \frac{2}{3} \frac{0,3 * 3^2 * 1}{8 * 10^3} 0,1 \simeq 27 \mu\text{m}$$

## Calorimétrie [20 minutes ]

La figure A ci-dessous montre le développement d'une gerbe électromagnétique lorsqu'un électron d'énergie  $E$  supérieure à l'énergie critique  $E_c$  pénètre dans du plomb dont la longueur de radiation est noté  $X_0$ .

- 1 Connaissez vous un modèle physique qui décrit le développement de la gerbe électromagnétique ? Décrivez le qualitativement. Quelles sont les interactions qui y interviennent ?
- 2 Donner le nombre  $t_{max}$  de longueur de radiation qui correspond à la longueur totale de la gerbe ainsi que le nombre total  $N_{max}$  de particules dans la gerbe en fonction des données.
- 3 Quelle est l'énergie maximale  $E_{max}$  permise pour un électron si on veut que sa gerbe soit entièrement comprise dans  $L_{10} = 10$  cm de plomb. On prendra  $E_c \sim 800 \text{ MeV} / (Z_{\text{matériau}} + 1.2)$  et  $X_0(^{207}\text{Pb}) \sim 0.56$  cm.
- 4 Dans la figure B ci-dessous, pouvez vous expliquer l'allure des courbes de résolution en énergie  $(\sigma(E)/E$  en fonction de  $E^{-1/2}$ ) pour 3 configurations données du calorimètre de l'expérience OPAL du LEP au CERN.

## Calorimétrie [20 minutes]

La figure A ci-dessous montre le développement d'une gerbe électromagnétique lorsqu'un électron d'énergie  $E$  supérieure à l'énergie critique  $E_c$  pénètre dans du plomb dont la longueur de radiation est noté  $X_0$ .

- 1 Connaissez vous un modèle physique qui décrit le développement de la gerbe électromagnétique ? Décrivez le qualitativement. Quelles sont les interactions qui y interviennent ? **Rep :**  
**Sur une longueur de radiation on fait l'hypothèse d'une interaction par particule présente, soit du bremsstrahlung pour l'électron et de la création de paire pour le photo (voir cours).**
- 2 Donner le nombre  $t_{max}$  de longueur de radiation qui correspond à la longueur totale de la gerbe ainsi que le nombre total  $N_{max}$  de particules dans la gerbe en fonction des données.
- 3 Quelle est l'énergie maximale  $E_{max}$  permise pour un électron si on veut que sa gerbe soit entièrement comprise dans  $L_{10} = 10$  cm de plomb. On prendra  $E_c \sim 800 \text{ MeV} / (Z_{\text{matériau}} + 1.2)$  et  $X_0({}_{82}^{207}\text{Pb}) \sim 0.56 \text{ cm}$ .
- 4 Dans la figure B ci-dessous, pouvez vous expliquer l'allure des courbes de résolution en énergie ( $\sigma(E)/E$  en fonction de  $E^{-1/2}$ ) pour 3 configurations données du calorimètre de l'expérience OPAL du LEP au CERN.

## Calorimétrie [20 minutes]

La figure A ci-dessous montre le développement d'une gerbe électromagnétique lorsqu'un électron d'énergie  $E$  supérieure à l'énergie critique  $E_c$  pénètre dans du plomb dont la longueur de radiation est noté  $X_0$ .

- 1 Connaissez vous un modèle physique qui décrit le développement de la gerbe électromagnétique ? Décrivez le qualitativement. Quelles sont les interactions qui y interviennent ? **Rep :**

Sur une longueur de radiation on fait l'hypothèse d'une interaction par particule présente, soit du bremsstrahlung pour l'électron et de la création de paire pour le photo (voir cours).

- 2 Donner le nombre  $t_{max}$  de longueur de radiation qui correspond à la longueur totale de la gerbe ainsi que le nombre total  $N_{max}$  de particules dans la gerbe en fonction des données. **Rep :**  
L'énergie d'une particule  $E(t)$  et leur nombre  $N(t)$  dans la tranche numérotée  $t$  valent :

$$E(t) = \frac{E}{2^t} \text{ et } N(t) = 2^t$$

Dans la dernière tranche  $t = t_{max}$  l'énergie d'une particule de cette tranche est égale à l'énergie critique, on a

$$E(t_{max}) = E_{(minimum)} = E_c = \frac{E}{2^{t_{max}}} \Rightarrow t_{max} = \frac{\ln \frac{E}{E_c}}{\ln 2} \text{ et } N_{max} = 2^{t_{max}} = \frac{E}{E_c}$$

## Calorimétrie [20 minutes]

La figure A ci-dessous montre le développement d'une gerbe électromagnétique lorsqu'un électron d'énergie  $E$  supérieure à l'énergie critique  $E_c$  pénètre dans du plomb dont la longueur de radiation est noté  $X_0$ .

- 1 Connaissez vous un modèle physique qui décrit le développement de la gerbe électromagnétique ? Décrivez le qualitativement. Quelles sont les interactions qui y interviennent ?
- 2 Donner le nombre  $t_{max}$  de longueur de radiation qui correspond à la longueur totale de la gerbe ainsi que le nombre total  $N_{max}$  de particules dans la gerbe en fonction des données.
- 3 Quelle est l'énergie maximale  $E_{max}$  permise pour un électron si on veut que sa gerbe soit entièrement comprise dans  $L_{10} = 10$  cm de plomb. On prendra  $E_c \sim 800 \text{ MeV}/(Z_{\text{matériau}} + 1.2)$  et  $X_0(^{207}\text{Pb}) \sim 0.56$  cm. **Rep :**  
Soit  $L$  la longueur de la gerbe, on a :

$$L = t_{max} X_0 = X_0 \frac{\ln \frac{E}{E_c}}{\ln 2} < L_{10} \Rightarrow E < E_{max} = 2 \frac{L_{10}}{X_0} E_c = 2 \frac{L_{10}}{X_0} \frac{800 \text{ MeV}}{Z_{\text{matériau}} + 1.2} \simeq 2,2 \text{ TeV}$$

Nombre maximale de longueur de radiation permit :  $\frac{L_{10}}{X_0} = \frac{10}{0,56} \simeq 17,8$

Energie critique  $E_c = \frac{800}{Z_{\text{matériau}} + 1.2} \text{ MeV} = \frac{800}{82 + 1.2} \simeq 9,6 \text{ MeV}$

- 4 Dans la figure B ci-dessous, pouvez vous expliquer l'allure des courbes de résolution en énergie ( $\sigma(E)/E$  en fonction de  $E^{-1/2}$ ) pour 3 configurations données du calorimètre de l'expérience.

## Calorimétrie [20 minutes]

La figure A ci-dessous montre le développement d'une gerbe électromagnétique lorsqu'un électron d'énergie  $E$  supérieure à l'énergie critique  $E_c$  pénètre dans du plomb dont la longueur de radiation est noté  $X_0$ .

- 1 Connaissez vous un modèle physique qui décrit le développement de la gerbe électromagnétique ? Décrivez le qualitativement. Quelles sont les interactions qui y interviennent ?
- 2 Donner le nombre  $t_{max}$  de longueur de radiation qui correspond à la longueur totale de la gerbe ainsi que le nombre total  $N_{max}$  de particules dans la gerbe en fonction des données.
- 3 Quelle est l'énergie maximale  $E_{max}$  permise pour un électron si on veut que sa gerbe soit entièrement comprise dans  $L_{10} = 10$  cm de plomb. On prendra  $E_c \sim 800 \text{ MeV} / (Z_{\text{matériau}} + 1.2)$  et  $X_0({}_{82}^{207}\text{Pb}) \sim 0.56 \text{ cm}$ .
- 4 Dans la figure B ci-dessous, pouvez vous expliquer l'allure des courbes de résolution en énergie ( $\sigma(E)/E$  en fonction de  $E^{-1/2}$ ) pour 3 configurations données du calorimètre de l'expérience OPAL du LEP au CERN. **Rep : on a :**

$$E = E_c N_{max} \Rightarrow \sigma_E = E_c \sigma_{N_{max}} = E_c \sqrt{N_{max}} = E_c \sqrt{\frac{E}{E_c}} = \sqrt{EE_c} \Rightarrow \frac{\sigma_E}{E} = \frac{\sqrt{E_c}}{\sqrt{E}} = \frac{cst}{\sqrt{E}}$$

Sur la figure on a :  $\frac{\sigma_E}{E} = \alpha + \frac{\beta}{\sqrt{E}}$  donc le modèle n'explique que la dépendance en  $1/\sqrt{E}$ .

## Chambre à dérive [20 minutes]

On considère un chambre à dérive. Son gaz est un mélange composé de 90 % d'argon et de 10 % de méthane.

- 1 Définir en quelques lignes le principe de fonctionnement d'une chambre à dérive.
- 2
  - 1 D'après les figures ci-dessous donner la vitesse de dérive des électrons pour un champ électrique  $E_0 = 1 \text{ kV/cm}$ . En déduire le temps de dérive des électrons si la distance de dérive est de  $x = 3 \text{ mm}$  et si on suppose cette vitesse de dérive constante.
  - 2 La distribution du nuage d'électrons au bout d'un temps  $t$  et d'une distance  $x$  est donnée par  $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/(2\sigma^2)}$  avec  $\sigma = \sqrt{2Dt}$  ou  $D$  est le coefficient de diffusion. En utilisant les figures ci-dessous donner l'incertitude  $\sigma$  sur la position du nuage des électrons pour une distance de dérive  $x = 3 \text{ mm}$  et  $E_0 = 1 \text{ kV/cm}$ .
- 3
  - 1 On peut modéliser la variation  $dn_e$  du nombre d'électrons  $n_e$  sur une distance  $dx$  par la relation  $dn_e = n_e\alpha(E)dx$ . D'après les figures ci-dessous donner le facteur  $\alpha$  si le champ électrique au voisinage de l'anode est  $E_1 = 100 \text{ kV/cm}$ .
  - 2 En déduire le facteur d'amplification  $A$  des électrons si l'on suppose que le champ électrique moyen au voisinage de l'anode est  $E_1$  et la distance d'amplification est de  $50 \mu\text{m}$ . Commentaire ?

## Chambre à dérive [20 minutes]

On considère une chambre à dérive. Son gaz est un mélange composé de 90 % d'argon et de 10 % de méthane.

- 1 Définir en quelques lignes le principe de fonctionnement d'une chambre à dérive. **Rep :**  
**Particule incidente  $\Rightarrow$  Ionisation du milieu  $\Rightarrow$  Dérive et multiplication des électrons sous V  $\Rightarrow$  Signal  $i(t)$  à l'anode (voir cours)**
- 2
  - 1 D'après les figures ci-dessous donner la vitesse de dérive des électrons pour un champ électrique  $E_0 = 1 \text{ kV/cm}$ . En déduire le temps de dérive des électrons si la distance de dérive est de  $x = 3 \text{ mm}$  et si on suppose cette vitesse de dérive constante.
  - 2 La distribution du nuage d'électrons au bout d'un temps  $t$  et d'une distance  $x$  est donnée par  $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/(2\sigma^2)}$  avec  $\sigma = \sqrt{2Dt}$  ou  $D$  est le coefficient de diffusion. En utilisant les figures ci-dessous donner l'incertitude  $\sigma$  sur la position du nuage des électrons pour une distance de dérive  $x = 3 \text{ mm}$  et  $E_0 = 1 \text{ kV/cm}$ .
- 3
  - 1 On peut modéliser la variation  $dn_e$  du nombre d'électrons  $n_e$  sur une distance  $dx$  par la relation  $dn_e = n_e \alpha(E) dx$ . D'après les figures ci-dessous donner le facteur  $\alpha$  si le champ électrique au voisinage de l'anode est  $E_1 = 100 \text{ kV/cm}$ .
  - 2 En déduire le facteur d'amplification  $A$  des électrons si l'on suppose que le champ électrique moyen au voisinage de l'anode est  $E_1$  et la distance d'amplification est de  $50 \mu\text{m}$ . Commentaire ?

## Chambre à dérive [20 minutes]

On considère une chambre à dérive. Son gaz est un mélange composé de 90 % d'argon et de 10 % de méthane.

- 1 Définir en quelques lignes le principe de fonctionnement d'une chambre à dérive. **Rep :**  
**Particule incidente  $\Rightarrow$  Ionisation du milieu  $\Rightarrow$  Dérive et multiplication des électrons sous  $V \Rightarrow$  Signal  $i(t)$  à l'anode (voir cours)**
- 2
  - 1 D'après les figures ci-dessous donner la vitesse de dérive des électrons pour un champ électrique  $E_0 = 1 \text{ kV/cm}$ . En déduire le temps de dérive des électrons si la distance de dérive est de  $x = 3 \text{ mm}$  et si on suppose cette vitesse de dérive constante. **Rep :**  
**Si  $E_0 = 1 \text{ kV/cm}$  on a une vitesse de dérive  $v_D = 25 \text{ mm}/\mu\text{s}$  d'où un temps de dérive pour  $x = 3 \text{ mm}$  de  $t_D = \frac{x}{v_D} = \frac{3}{25} = 120 \text{ ns}$**
  - 2 La distribution du nuage d'électrons au bout d'un temps  $t$  et d'une distance  $x$  est donnée par  $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/(2\sigma^2)}$  avec  $\sigma = \sqrt{2Dt}$  ou  $D$  est le coefficient de diffusion. En utilisant les figures ci-dessous donner l'incertitude  $\sigma$  sur la position du nuage des électrons pour une distance de dérive  $x = 3 \text{ mm}$  et  $E_0 = 1 \text{ kV/cm}$ .
- 3
  - 1 On peut modéliser la variation  $dn_e$  du nombre d'électrons  $n_e$  sur une distance  $dx$  par la relation  $dn_e = n_e \alpha(E) dx$ . D'après les figures ci-dessous donner le facteur  $\alpha$  si le champ électrique au voisinage de l'anode est  $E_1 = 100 \text{ kV/cm}$ .
  - 2 En déduire le facteur d'amplification  $A$  des électrons si l'on suppose que le champ électrique moyen au voisinage de l'anode est  $E_1$  et la distance d'amplification est de  $50 \mu\text{m}$ . Commentaire ?

## Chambre à dérive [20 minutes]

On considère un chambre à dérive. Son gaz est un mélange composé de 90 % d'argon et de 10 % de méthane.

- 1 Définir en quelques lignes le principe de fonctionnement d'une chambre à dérive. **Rep :**  
Particule incidente  $\Rightarrow$  Ionisation du milieu  $\Rightarrow$  Dérive et multiplication des électrons sous V  $\Rightarrow$  Signal  $i(t)$  à l'anode (voir cours)
- 2
  - 1 D'après les figures ci-dessous donner la vitesse de dérive des électrons pour un champ électrique  $E_0 = 1 \text{ kV/cm}$ . En déduire le temps de dérive des électrons si la distance de dérive est de  $x = 3 \text{ mm}$  et si on suppose cette vitesse de dérive constante. **Rep :**  
Si  $E_0 = 1 \text{ kV/cm}$  on a une vitesse de dérive  $v_D = 25 \text{ mm}/\mu\text{s}$  d'où un temps de dérive pour  $x = 3 \text{ mm}$  de  $t_D = \frac{x}{v_D} = \frac{3}{25} = 120 \text{ ns}$
  - 2 La distribution du nuage d'électrons au bout d'un temps  $t$  et d'une distance  $x$  est donnée par  $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/(2\sigma^2)}$  avec  $\sigma = \sqrt{2Dt}$  ou  $D$  est le coefficient de diffusion. En utilisant les figures ci-dessous donner l'incertitude  $\sigma$  sur la position du nuage des électrons pour une distance de dérive  $x = 3 \text{ mm}$  et  $E_0 = 1 \text{ kV/cm}$ . **Rep :**  
On lit sur la figure que pour  $x_1 = 1 \text{ cm}$  l'incertitude vaut  $\sigma(x_1 = 1 \text{ cm}) \simeq 200 \mu\text{m}$ . On a :

$$\sigma(x) \propto \sqrt{x} \Rightarrow \frac{\sigma(x_1)}{\sigma(x)} \sqrt{\frac{x_1}{x}} \Rightarrow \sigma = \sigma(x) = \sqrt{\frac{x}{x_1}} \sigma(x_1) \simeq 200 \sqrt{\frac{3}{10}} \mu\text{m} \simeq 109 \mu\text{m}$$

- 3
  - 1 On peut modéliser la variation  $dn_e$  du nombre d'électrons  $n_e$  sur une distance  $dx$  par la relation  $dn_e = n_e \alpha(E) dx$ . D'après les figures ci-dessous donner le facteur  $\alpha$  si le champ électrique au voisinage de l'anode est  $E_1 = 100 \text{ kV/cm}$ .
  - 2 En déduire le facteur d'amplification  $A$  des électrons si l'on suppose que le champ électrique moyen au

## Chambre à dérive [20 minutes]

On considère un chambre à dérive. Son gaz est un mélange composé de 90 % d'argon et de 10 % de méthane.

- 1 Définir en quelques lignes le principe de fonctionnement d'une chambre à dérive.
- 2
  - 1 D'après les figures ci-dessous donner la vitesse de dérive des électrons pour un champ électrique  $E_0 = 1 \text{ kV/cm}$ . En déduire le temps de dérive des électrons si la distance de dérive est de  $x = 3 \text{ mm}$  et si on suppose cette vitesse de dérive constante.
  - 2 La distribution du nuage d'électrons au bout d'un temps  $t$  et d'une distance  $x$  est donnée par  $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/(2\sigma^2)}$  avec  $\sigma = \sqrt{2Dt}$  ou  $D$  est le coefficient de diffusion. En utilisant les figures ci-dessous donner l'incertitude  $\sigma$  sur la position du nuage des électrons pour une distance de dérive  $x = 3 \text{ mm}$  et  $E_0 = 1 \text{ kV/cm}$ . **Rep :**

On lit sur la figure que pour  $x_1 = 1 \text{ cm}$  l'incertitude vaut  $\sigma(x_1 = 1 \text{ cm}) \simeq 200 \mu\text{m}$ . On a :

$$\sigma(x) \propto \sqrt{x} \Rightarrow \frac{\sigma(x_1)}{\sigma(x)} \sqrt{\frac{x_1}{x}} \Rightarrow \sigma = \sigma(x) = \sqrt{\frac{x}{x_1}} \sigma(x_1) \simeq 200 \sqrt{\frac{3}{10}} \mu\text{m} \simeq 109 \mu\text{m}$$

- 3
  - 1 On peut modéliser la variation  $dn_e$  du nombre d'électrons  $n_e$  sur une distance  $dx$  par la relation  $dn_e = n_e \alpha(E) dx$ . D'après les figures ci-dessous donner le facteur  $\alpha$  si le champ électrique au voisinage de l'anode est  $E_1 = 100 \text{ kV/cm}$ . **Rep :**  
On lit sur la figure que pour  $E_1 = 100 \text{ kV/cm}$  on a  $\alpha(E_1 = 100 \text{ kV/cm}) = \alpha \simeq 2000 \text{ cm}^{-1}$
  - 2 En déduire le facteur d'amplification  $A$  des électrons si l'on suppose que le champ électrique moyen au voisinage de l'anode est  $E_1$  et la distance d'amplification est de  $50 \mu\text{m}$ . Commentaire ?

## Chambre à dérive [20 minutes]

On considère un chambre à dérive. Son gaz est un mélange composé de 90 % d'argon et de 10 % de méthane.

- 1 Définir en quelques lignes le principe de fonctionnement d'une chambre à dérive.
- 2
  - 1 D'après les figures ci-dessous donner la vitesse de dérive des électrons pour un champ électrique  $E_0 = 1 \text{ kV/cm}$ . En déduire le temps de dérive des électrons si la distance de dérive est de  $x = 3 \text{ mm}$  et si on suppose cette vitesse de dérive constante.
  - 2 La distribution du nuage d'électrons au bout d'un temps  $t$  et d'une distance  $x$  est donnée par  $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/(2\sigma^2)}$  avec  $\sigma = \sqrt{2Dt}$  ou  $D$  est le coefficient de diffusion. En utilisant les figures ci-dessous donner l'incertitude  $\sigma$  sur la position du nuage des électrons pour une distance de dérive  $x = 3 \text{ mm}$  et  $E_0 = 1 \text{ kV/cm}$ .
- 3
  - 1 On peut modéliser la variation  $dn_e$  du nombre d'électrons  $n_e$  sur une distance  $dx$  par la relation  $dn_e = n_e \alpha(E) dx$ . D'après les figures ci-dessous donner le facteur  $\alpha$  si le champ électrique au voisinage de l'anode est  $E_1 = 100 \text{ kV/cm}$ . **Rep :**  
On lit sur la figure que pour  $E_1 = 100 \text{ kV/cm}$  on a  $\alpha(E_1 = 100 \text{ kV/cm}) = \alpha \simeq 2000 \text{ cm}^{-1}$
  - 2 En déduire le facteur d'amplification  $A$  des électrons si l'on suppose que le champ électrique moyen au voisinage de l'anode est  $E_1$  et la distance d'amplification est de  $50 \mu\text{m}$ . Commentaire ? **Rep :**  
En faisant l'hypothèse que le facteur  $\alpha$  est constant sur la distance d'amplification le nombre d'électrons  $n(x)$  à la distance  $x$  ce calcul par :

$$dn = n(x)\alpha dx \Rightarrow n(x) = n(x=0)e^{\alpha x} \Rightarrow A = \frac{n(x=50 \mu\text{m})}{n(x=0)} \simeq e^{2000 \cdot 50 \cdot 10^{-4}} \simeq e^{10} \simeq 2 \cdot 10^4$$

Note : si  $E_1 = 70 \text{ kV/cm}$   $\alpha(E_1 = 70 \text{ kV/cm}) \simeq 1000 \Rightarrow A \simeq e^5 \simeq 148 \Rightarrow$  résoudre  $dn = n(x)\alpha(E(x))dx$

# Plan-Contenu

- 1 Perte d'énergie par ionisation de la matière
  - Introduction
  - Formule Bethe-Bloch-Sterheimer
  - Parcours moyen d'une particule dans la matière : R
- 2 Chambre d'ionisation
  - principe
  - Exemple de détecteur à gaz
  - Charge induite à l'anode par la collection de charge
- 3 Calorimétrie
- 4 Exercices
  - Examen : 18 janvier 2006 - durée 1h30
  - Charge induite à l'anode par la collection de charge

## Charge induite par la collection d'une charge

L'intensité  $i_A(t)$  induite dans l'électrode  $A$  par une charge  $q$  de position  $\vec{r}(t)$  animée d'une vitesse  $\vec{v}(t)$  dans un système d'électrodes ( $A, B, C, \dots$ ) aux potentiels respectifs ( $V_A, V_B, V_C, \dots$ ) est donnée par le théorème de Ramo. On a :

$$i_A(t) = -q \vec{E}_w(\vec{r}(t)) \cdot \vec{v}(t)$$

où  $\vec{E}_w(\vec{r})$  est un champ fictif, déterminer en imposant à l'électrode  $A$  le potentiel  $V_A = 1$  V et en mettant à zéro les potentiels de tous les autres électrodes ( $V_B = V_C = \dots = 0$  V).

La position  $\vec{r}(t)$  et la vitesse  $\vec{v}(t)$  se déterminent à l'aide du champ  $\vec{E}(\vec{r})$  induit par les potentiels ( $V_A, V_B, V_C, \dots$ ) et de la mobilité  $\mu$  de la charge  $q$ . On a :

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \mu \left( \vec{E}(\vec{r}(t)) \right) \vec{E}(\vec{r}(t))$$

## Charge induite par la collection d'une paire électron-ion créé au rayon $r_0$ .

Une paire électron-ion a été créé au repos à l'instant  $t = 0$  au rayon  $r_0 = 12 \mu m$ . La charge de l'électron est notée  $-q$ , celle de l'ion  $+q$  ( $q > 0$ ). On fait l'hypothèse que la mobilité des charges est constante, celle de l'électron et de l'ion sont respectivement  $\mu^- = 2 \cdot 10^4 \text{ cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$  et  $\mu^+ = 2 \text{ cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$ . On admettra que le mouvement des charges est radial et que la composante radiale du champ est donnée par :

$$E(r) = \frac{V}{\ln\left(\frac{r_c}{r_a}\right)} \frac{1}{r} = E_0 \frac{r_0}{r}$$

où  $r_c = 4 \text{ mm}$  est le rayon de la cathode,  $r_a = 10 \mu m$  le rayon de l'anode et  $E_0 = 160 \text{ kV/cm}$ .

- ① On note  $r_+(t)$  et  $r_-(t)$  les positions radiales respectifs de l'électron et de l'ion. Montrer que l'on a :

$$r_{\pm}^2(t) = r_0^2 \left( 1 \pm \frac{t}{t_0^{\pm}} \right)$$

On déterminera analytiquement  $t_0^+$  et  $t_0^-$  en fonction des données.

- ② Estimer numériquement  $t_0^+$  et  $t_0^-$  ainsi que  $t_{\text{Max}}^+$  et  $t_{\text{Max}}^-$  les temps respectifs pour l'ion atteigne la cathode et l'électron atteigne l'anode.

## Suite

La charge  $dQ$  induite à l'anode par le déplacement radial  $dr$  d'une charge  $q_1$  dans un détecteur cylindrique est donnée par le théorème de Ramo. On a :

$$dQ = - \frac{q_1}{\ln\left(\frac{r_c}{r_a}\right)} \frac{dr}{r}$$

- 1 Déterminer analytiquement  $Q_+(t)$  et  $Q_-(t)$  les charges induites à l'anode respectivement par l'ion et par l'électron.
- 2 Déterminer analytiquement les charges induites à l'anode  $Q_+(t_{\text{Max}}^+)$  et  $Q_-(t_{\text{Max}}^-)$ . A quoi est égale leur somme ? Commentaire ?
- 3 Représenter graphiquement  $Q_+(t)$ ,  $Q_-(t)$ , et  $Q(t)$  où  $Q(t) = Q_+(t) + Q_-(t)$ . Déterminer graphiquement la charge induite  $Q(t_1)$  au bout de  $t_1 = 20$  ns. Commentaire ?

## Solution

- L'ion se propage vers la cathode suivant le rayon, on a :

$$\frac{dr}{dt} = v = \mu^+ E(r) = \mu^+ E_0 \frac{r_0}{r}$$

$$r dr = \mu^+ E_0 r_0 dt$$

$$\frac{r^2}{2} - \frac{r_0^2}{2} = \mu^+ E_0 r_0 t$$

$$r_+^2(t) = r^2(t) = r_0^2 \left( 1 + \frac{t}{t_0^+} \right) \text{ avec } t_0^+ = \frac{r_0}{2\mu^+ E_0} \sim 2 \text{ ns}$$

- L'électron se propage vers l'anode suivant le rayon. On a :

$$\frac{dr}{dt} = v = -\mu^- E(r) = -\mu^- E_0 \frac{r_0}{r}$$

$$r dr = -\mu^- E_0 r_0 dt$$

$$\frac{r^2}{2} - \frac{r_0^2}{2} = -\mu^- E_0 r_0 t$$

$$r_-^2(t) = r^2(t) = r_0^2 \left( 1 - \frac{t}{t_0^-} \right) \text{ avec } t_0^- = \frac{r_0}{2\mu^- E_0} \sim 0,2 \text{ ps}$$

## Solution

- La charge induite  $Q_+(t)$  par l'ion sur l'anode est donné par le théorème de Ramo. On a :

$$\begin{aligned} dQ_+ &= -\frac{q}{\ln\left(\frac{r_c}{r_a}\right)} \frac{dr}{r} = -\frac{q}{\ln\left(\frac{r_c}{r_a}\right)} \frac{1}{r} \frac{dr}{dt} dt = -\frac{q}{\ln\left(\frac{r_c}{r_a}\right)} \frac{1}{r} \mu^+ E_0 \frac{r_0}{r} dt \\ &= -\frac{q\mu^+ E_0 r_0}{\ln\left(\frac{r_c}{r_a}\right)} \frac{1}{r^2(t)} dt = -\frac{q\mu^+ E_0}{\ln\left(\frac{r_c}{r_a}\right)} \frac{1}{r_0 \left(1 + \frac{t}{t_0^+}\right)} dt \\ Q_+(t) &= \int_0^t dQ_+ = -\frac{q}{2 \ln\left(\frac{r_c}{r_a}\right)} \ln\left(1 + \frac{t}{t_0^+}\right) \end{aligned}$$

- De même on calcul la charge induite  $Q_-(t)$  par l'électron sur l'anode. On a :

$$\begin{aligned} dQ_- &= \frac{q}{\ln\left(\frac{r_c}{r_a}\right)} \frac{dr}{r} = \frac{q\mu^- E_0}{\ln\left(\frac{r_c}{r_a}\right)} \frac{1}{r_0 \left(1 - \frac{t}{t_0^-}\right)} dt \\ Q_-(t) &= \frac{q}{2 \ln\left(\frac{r_c}{r_a}\right)} \ln\left(1 - \frac{t}{t_0^-}\right) \end{aligned}$$

## Solution

$$Q_+(t_{\text{Max}}^+) = -\frac{q}{2 \ln\left(\frac{r_c}{r_a}\right)} \ln \frac{r_c^2}{r_0^2} = -\frac{q}{\ln\left(\frac{r_c}{r_a}\right)} \ln\left(\frac{r_c}{r_0}\right) \sim -0,97q$$

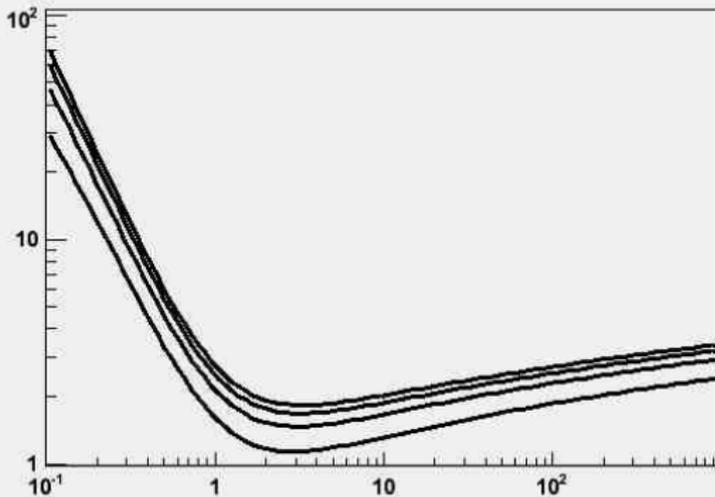
$$Q_-(t_{\text{Max}}^-) = \frac{q}{2 \ln\left(\frac{r_c}{r_a}\right)} \ln \frac{r_a^2}{r_0^2} = \frac{q}{\ln\left(\frac{r_c}{r_a}\right)} \ln\left(\frac{r_a}{r_0}\right) = -\frac{\ln\left(\frac{r_a}{r_0}\right)}{\ln\left(\frac{r_c}{r_0}\right)} Q_+(t_{\text{Max}}^+) \sim -0,03q$$

$$Q_+(t_{\text{Max}}^+) + Q_-(t_{\text{Max}}^-) = -q$$

$$Q(t_1) = Q_+(t_1) + Q_-(t_1), Q_-(t_1) = Q_-(t_{\text{Max}}^-) \sim -0,03q, Q_+(t_1) \sim -0,2q$$

$$Q(t_1) \sim -0,23q$$

$$0.307 \cdot [0] / [1] \cdot ((1+x^2)/x^2 \cdot \log(1.e+5 \cdot x^2/[0]) - 1.)$$



Oxygene : Z = 8 figure :  $-\text{dedx}(\text{min})$  (MeV/gcm<sup>\*\*2</sup>) = 1.82884  $\beta \cdot \gamma(\text{min})$  = 3.28852 Formule :

$-\text{dedx}(\text{min})$  (MeV/gcm<sup>\*\*2</sup>) = 1.77202 distance (g/cm-2) = 56.4327 distance (cm) = 49.459

Alluminium : Z = 13 figure :  $-\text{dedx}(\text{min})$  (MeV/gcm<sup>\*\*2</sup>) = 1.68206  $\beta \cdot \gamma(\text{min})$  = 3.20593

Formule :  $-\text{dedx}(\text{min})$  (MeV/gcm<sup>\*\*2</sup>) = 1.63708 distance (g/cm-2) = 61.0845 distance (cm) = 22.6239

Cuivre : Z = 29 figure :  $-\text{dedx}(\text{min})$  (MeV/gcm<sup>\*\*2</sup>) = 1.46977  $\beta \cdot \gamma(\text{min})$  = 3.06345 Formule :

$-\text{dedx}(\text{min})$  (MeV/gcm<sup>\*\*2</sup>) = 1.41407 distance (g/cm-2) = 70.7181 distance (cm) = 7.89264

Plomb : Z = 82 figure :  $-\text{dedx}(\text{min})$  (MeV/gcm<sup>\*\*2</sup>) = 1.13399  $\beta \cdot \gamma(\text{min})$  = 2.86562 Formule :

$-\text{dedx}(\text{min})$  (MeV/gcm<sup>\*\*2</sup>) = 1.12516 distance (g/cm-2) = 88.8763 distance (cm) = 7.83051

